УДК 623.681.9

В. С. Марусин, О. П. Пономарев,
О. Г. Столяров, О. П. Темеров

Алгоритмы оптимизации маршрута полета летательного аппарата

Предложены алгоритмы оптимизации маршрута полета летательного аппарата при обходе стационарной опасной зоны, в качестве которой рассматривается зона поражения группировки зенитных ракетных комплексов, и при перехвате воздушной цели. Оптимизация маршрута обхода включает выполнение процедур поиска безопасного коридора и построения маршрута обхода с минимальной длиной. Оптимизация маршрута перехвата основана на определении аналитической зависимости дальности проникновения перехватываемой цели от усредненных значений высотно-скоростных характеристик каждого из участков маршрута и на нахождении условий минимальной дальности проникновения цели в охраняемое воздушное пространство.

Ключевые слова: оптимизация маршрута, безопасность полета, опасная зона, рубеж проникновения, перехват воздушных целей.

Введение

Оптимизация маршрута полета летательного аппарата (ЛА) с учетом реальных условий в районе полетов сводится к вариационной задаче и в общей постановке не имеет универсального решения. Постоянное развитие авиационной техники и расширение условий ее применения создают объективную необходимость поиска новых алгоритмических решений для повышения боевой эффективности авиации.

Анализ современного опыта учений и военных конфликтов свидетельствует об актуальности построения маршрута полета ЛА с учетом опасности преодоления зоны поражения зенитных ракетных средств (своих и противника), а также необходимости уменьшения дальности проникновения цели в охраняемое воздушное пространство.

Алгоритм расчета маршрута обхода опасной зоны

Анализ опасности полета ЛА в зоне действия зенитных ракетных комплексов (ЗРК) показывает, что плотность вероятности поражения ЛА резко возрастает по мере увеличения длительности его пребывания в зоне поражения [1]. Кроме того, в случае налаженного информационного взаимодействия в группировке средств ПВО летательный аппарат, кратковременно находившийся в зоне поражения

одного ЗРК, может быть подвергнут обстрелу сразу после входа в зону поражения другого комплекса.

Таким образом, опасность поражения ЛА в процессе полета в зоне поражения ЗРК не может быть адекватно определена в рамках теории вероятностей, а наиболее рациональным способом ее снижения является обход по внешней границе опасной зоны. Соответствующие алгоритмы расчета маршрута облета стационарной зоны поражения ЛА, характеризующейся выпуклой гладкой границей, изложены в литературе [2–4]. Однако эффективность применения известных решений существенно падает при усложнении геометрии границы опасных зон, создаваемой при развертывании группировки ЗРК в районе полетов (далее – групповая зона).

Разработанный алгоритм может быть применен для обхода как отдельной зоны ЗРК, так и групповой зоны поражения группировки комплексов. Его основу составляют процедуры поиска безопасного коридора и построения маршрута минимальной длины.

Варианты безопасных коридоров для обхода группировки из трех зенитных ракетных комплексов, расположенных в точках O_1 , O_2 и O_3 , показаны на рис. 1. Геометрия границы локальной зоны поражения ЛА аппроксимирована окружностью.

Безопасный коридор при наличии разрыва между локальными зонами обозначен пунктирной кривой AB_1B (рис. 1, а). Условием его

Рис. 1. Варианты безопасных коридоров для обхода групповой зоны поражения при наличии (а) и при отсутствии разрыва (б)

существования является выполнение неравенства:

$$\sqrt{R_i^2 + R_{i+1}^2 - 2R_i R_{i+1} \cos \alpha_i} \geq r_i(H) + r_{i+1}(H) + b_0, \quad (1)$$

где R_i – удаление центра зоны поражения i -го ЗРК от точки A ;

α_i – азимутальный угол между отрезками AO_i и AO_{i+1} ;

$r_i(H)$ – радиус горизонтального сечения зоны поражения i -го ЗРК на высоте H ;

b_0 – заданная константа, определяющая ширину коридора безопасного пролета.

При отсутствии разрыва в зоне поражения на высоте H целесообразно рассмотреть выполнение условия (1) при большей высоте. Если условие (1) не выполняется для всего диапазона высот полета, то требованию безопасности отвечает только обход сплошной зоны поражения слева или справа (кривые AB_2B и AB_3B на рис. 1, б). Выбор приоритетного коридора для обхода должен быть проведен в соответствии с заданными критериями.

После выбора безопасного коридора необходимо рассчитать параметры наиболее короткого маршрута ЛА из точки A в точку B (рис. 2), основа которого – кривая $ACDB$. В ее состав входят отрезки двух касательных к границе зоны поражения ЗРК, построенные из точек A и B , и сопряженная с ними дуга окружности.

Координаты узловых точек маршрута $C(x_c, y_c)$ и $D(x_d, y_d)$ оценим исходя из заданных свойств $\triangle ACO$ и $\triangle BDO$:

Рис. 2. Геометрия кривой обхода опасной зоны с минимальной длиной

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{-a_1^2 x_a + (y_a + y_0) a_1 + x_0}{1 + a_1^2}, \\ y_c &= \frac{a_1^2 y_0 + (x_0 + x_a) a_1 - y_a}{1 + a_1^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где x_a, y_a – координаты точки A ;

$$\begin{aligned} (a_1)_{1,2} &= \frac{p_1 p_2 \pm r \sqrt{p_1^2 + p_2^2 - 1}}{p_2^2 - 1}, \\ p_1 &= \frac{y_a + y_0}{r}, \quad p_2 = \frac{x_a + x_0}{r}. \end{aligned}$$

Аналогичные выражения для координат точки D получим путем замены x_a и y_a в формулах (2) на x_b и y_b соответственно.

Используя известные координаты узловых точек, полную длину кривой $ACDB$ (L) оценим следующим выражением:

Рис. 3. Блок-схема алгоритма расчета элементов оптимального маршрута обхода ЛА зоны поражения группировки ЗРК

$$L = \sqrt{(x_c - x_a)^2 + (y_c - y_a)^2} + \sqrt{(x_d - x_b)^2 + (y_d - y_b)^2} + r \arccos \left(1 - \frac{(x_c - x_d)^2 + (y_c - y_d)^2}{4r^2} \right). \quad (3)$$

Выражения (1)–(3) являются основой для оптимизации маршрута обхода ЛА локальной или групповой зоны поражения. Блок-схема алгоритма расчета представлена на рис. 3.

Представленный алгоритм обеспечивает оптимизацию маршрута обхода ЛА опасной зоны при любой геометрии ее границ. Эффективность применения рассчитанного маршрута в значительной степени зависит от точности информации о количестве и дислокации ЗРК, о предельной дальности полета зенитных управляемых ракет, а также от обоснованности выбора значения константы b_0 .

Алгоритм оптимизации также может применяться для расчета маршрута обхода опасной зоны, обусловленной техногенной катастрофой или опасными природными явлениями.

Алгоритм расчета маршрута перехвата воздушной цели

Актуальность сокращения дальности проникновения воздушной цели в охраняемое воздушное пространство (далее – дальность проникновения) обусловлена необходимостью перехвата воздушного носителя ракет класса воздух – земля до пуска крылатых ракет, т. е. на возможно ранних стадиях его полета. Технические предпосылки реализации раннего перехвата создают раннее обнаружение воздушных целей информационными средствами ПВО и увеличение дальности пуска отечественных ракет класса воздух – воздух.

При решении практических задач построения маршрута наведения, когда не требуется высокая точность, широко применяется упрощенный эвристический подход [5, 6], основанный на использовании:

- независимости оптимального движения ЛА в вертикальной плоскости от характера его движения в горизонтальной плоскости;
- энергетически оптимальных программ изменения высоты и скорости полета на каждом участке маршрута для конкретного ре-

жима работы двигателя и заданного профиля полета ЛА.

В рамках изложенного подхода разработан алгоритм оптимизации маршрута ЛА, основанный на определении аналитической зависимости дальности проникновения перехватываемой цели от усредненных значений высоты и скорости полета ЛА на каждом из участков маршрута и выборе варианта, обеспечивающего минимальную дальность проникновения цели в охраняемое воздушное пространство, при вариации длины балансного участка и дальности пуска ракеты класса воздух – воздух.

Типовые схемы маршрутов для прямого перехвата, маневра и атаки с передней полусферы цели, а также маневра и атаки с задней полусферы цели представлены на рис. 4.

Для определения аналитической зависимости дальности проникновения перехватываемой цели в состав маршрута введен балансный участок PM , нефиксированная протяженность которого обеспечивает увеличение вариативности параметров маршрута перехвата.

Представление маршрута в виде совокупности участков фиксированной (AP , MD , DH) и переменной протяженности позволяет для различных алгоритмов сближения с целью сформировать систему уравнений, основанную на формализации условия замкнутости основных треугольников, в интересах определения неизвестных элементов маршрута ЛА.

Оптимальный маршрут ЛА при прямом перехвате, как показал предварительный анализ, может быть построен в виде отрезка прямой

линии, протяженность двух участков которой определяется летно-техническими характеристиками ЛА и не зависит от скорости и направления полета цели [7]. Для оценки дальности проникновения цели при прямом перехвате ($r_{пр}$) получим следующее выражение:

$$r_{пр} = v_3 \left(t_1 + t_2 - \frac{a - \sqrt{a^2 + b(v_p^2 - v_3^2)}}{v_p^2 - v_3^2} \right), \quad (4)$$

где $a = (v_3^2 - v_1 v_p) t_1 + t_2 (v_3^2 - v_2 v_p) - S v_3 \cos \beta$;

$$b = (v_3^2 - v_1^2) t_1^2 + (v_3^2 - v_2^2) t_2^2 + 2(v_3^2 - v_1 v_2) t_1 t_2 - 2S(t_1 + t_2) v_3 \cos \beta + S^2;$$

v_i, t_i – средняя скорость и длительность полета перехватчика на i -м участке, $i = \overline{1, 2}$;

S – начальное расстояние между целью и перехватчиком (отрезок AC на рис. 4);

v_3, v_p – средние скорости полета цели и ракеты соответственно.

К числу преимуществ выбранной схемы маршрута при прямом перехвате, представленной на рис. 4, а, следует отнести существование точного решения (4). Полученное значение дальности проникновения не является универсальным решением, область его применения ограничивается условием реализации прямолинейного маршрута полета ЛА.

В уравнения, формализующие условия замкнутости треугольников при использовании маневра (рис. 4, б, в), кроме неизвестных временных и скоростных характеристик, входят как угол φ , значение которого неизвестно, так и

Рис. 4. Схемы маршрутов ЛА при прямом перехвате (а), при маневре и атаке с передней полусферы цели (б) и при маневре и атаке с задней полусферы цели (в):

A – начало маршрута ЛА; C – начальное местонахождение цели; P – начало балансного участка маршрута; CG – дальность проникновения цели; MD – участок совершения маневра ЛА; H – положение ЛА в момент пуска ракеты; G – положение цели в момент поражения ее ракетой воздух – воздух

его тригонометрические функции. Вследствие этого часть уравнений, определяющих элементы маршрута перехвата при использовании маневра, стали трансцендентными.

Для устранения возникших сложностей дальность проникновения при атаке с передней полусферы цели ($r_{\text{пр}}^{\text{ППС}}$) была получена в виде функции параметра φ :

$$r_{\text{пр}}^{\text{ППС}}(\varphi) = v_4(t_1 + t_2 + t_3) + \frac{Sq_1(\varphi) + t_1q_2(\varphi) + t_2q_3(\varphi) + t_3q_4(\varphi) - R_0q_5(\varphi)}{(v_B v_p \sin(\beta + \varphi - \theta) + v_B v_4 \sin(\beta + \varphi) - v_4 v_p \sin \theta) \sin \theta}, \quad (5)$$

где $q_1(\varphi) = (v_p \sin(\beta + \varphi - \theta) \sin^2 + (v_B \sin(\beta + \varphi) - v_p \sin \theta) \sin \varphi) \sin \theta (\sin(\beta + \varphi))^{-1}$;

$$q_2(\varphi) = q_3(\varphi) - v_1 v_p \sin \theta \sin(\beta + \varphi - \theta);$$

$$q_3(\varphi) = v_4 (v_p \sin \theta - v_B \sin(\beta + \varphi)) \sin \theta;$$

$$q_4(\varphi) = q_3(\varphi) - v_k v_B \sin(\beta + \varphi - \theta) \sin \theta;$$

$$q_5(\varphi) = 2(v_B + v_p) \sin \frac{\beta + \varphi - \theta}{2};$$

$v_i, t_i, R_0, \beta, \theta$ – заданные исходные данные.

При маневре и атаке с задней полусферы цели аналогичная процедура расчета значения дальности проникновения привела к следующей оценке:

$$r_{\text{пр}}^{\text{ЗПС}}(\varphi) = v_4(t_1 + t_2 + t_3) + \frac{t_1k_1(\varphi) + t_2k_2(\varphi) + t_3k_3(\varphi) + Sk_3(\varphi) + R_0k_4(\varphi)}{(v_B v_p \sin \alpha + v_B v_4 \sin(\beta + \varphi) - v_4 v_p \sin \theta) \sin \theta}, \quad (6)$$

где $k_1(\varphi) = v_p (v_4 \sin \beta - v_1 \sin \varphi) \sin \theta + (v_1 v_p \sin(\beta + \theta) - v_4 v_B \sin \beta) \sin(\beta + \varphi)$;

$$k_2(\varphi) = v_4 (v_p \sin \theta - v_B \sin(\beta + \varphi)) \sin \beta;$$

$$k_3(\varphi) = (v_B \sin \varphi - v_p \sin(\beta + \theta)) \sin \beta;$$

$$k_4(\varphi) = (v_p + v_B) (\sin(\beta + \theta) \sin(\beta + \varphi) - \sin \theta \sin \varphi) \operatorname{ctg} \frac{\beta + \theta - \varphi}{2}.$$

Дальнейшая технология определения элементов оптимального маршрута перехвата при использовании маневра должна включать процедуры: расчет численных значений $r_{\text{пр}}(\varphi)$ для $\varphi \in [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$; определение значений

$\hat{\varphi} = \operatorname{argmin}_{\varphi \in [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]} r_{\text{пр}}(\varphi)$; расчет элементов маршрута

при $\varphi = \hat{\varphi}$.

Результаты расчета зависимости $r_{\text{пр}}^{\text{ЗПС}}(\varphi)$ представлены на рис. 5.

Рис. 5. Угловая зависимость дальности проникновения для маневра и атаки с задней полусферы цели

Характер представленной кривой свидетельствует, что при изменении φ в пределах $\pm 20^\circ$ от значения, при котором достигается минимум дальности проникновения цели, сама дальность возрастает не более чем на 10 % от минимального значения. В связи с этим при поиске экстремального значения дальности проникновения целесообразно использовать шаг дискретизации $\Delta\varphi \in [1^\circ, 10^\circ]$.

Выражения (4)–(6) позволяют получить численные оценки элементов маршрута ЛА при использовании трех алгоритмов сближения ЛА с воздушной целью. Блок-схема алгоритма расчета элементов маршрута, обеспечивающего минимизацию дальности проникновения цели, показана на рис. 6.

Данный алгоритм обеспечивает оптимизацию маршрута ЛА по дальности проникновения воздушной цели, что не является жестким ограничением. Область применения алгоритма определяется возможностью формализации показателя оптимизации в виде функции элементов маршрута, аналитическая зависимость которых от исходных данных может быть определена в рамках предложенного выше подхода. В частности, для оптимизации маршрута используют показатели дальности полета ЛА, дальности полета ракеты класса воздух – воздух и т. д.

Рис. 6. Блок-схема алгоритма расчета элементов маршрута, обеспечивающего минимизацию дальности проникновения воздушной цели

В целом рамки корректного применения алгоритма определяются значениями исходных данных, при которых существуют решения (4)–(6).

Заключение

Представленные выше алгоритмы предназначены для использования на различных участках полета и функционируют независимо друг от друга. Это открывает возможность их совместного или автономного использования при расчете общего маршрута полета ЛА.

Задача решается в детерминированной постановке, следовательно, практическое использование алгоритмов возможно только при периодическом контроле накапливаемых ошибок (например, при экстраполяции положения цели).

Представленные алгоритмы расчета элементов маршрута доказывают реализуемость получения практически важного решения при неполной формализации маршрутной задачи. Реализация алгоритмов повышает оперативность расчетов и открывает возможность многократного пересчета характеристик маршрута при накоплении ошибок, вызванных, например, неравномерностью и непрямолинейностью движения цели или изменением тактической обстановки в процессе полета перехватчика. При этом алгоритмы могут быть использованы на диспетчерском (командном) пункте или

непосредственно на борту ЛА для автоматизации выполнения приведенных расчетов или для работы диспетчеров (офицеров боевого управления) и операторов из состава экипажа ЛА.

Список литературы

1. Современные зенитные и противоракетные комплексы и их применение в составе ПВО/ПРО. Аналитический обзор по материалам зарубежных информационных источников / под ред. Е. А. Федосова. М.: НТЦ ГосНИИАС, 2011. 172 с.
2. Кирсанов А. П., Сузанский Д. Н. Способ траекторного управления летательным аппаратом в горизонтальной плоскости при облете неподвижной опасной зоны // Радиотехника. 2013. № 1. С. 73–76.
3. Гандурин В. А., Кирсанов А. П., Мамаев В. В. Алгоритм коррекции методов наведения истребителя на воздушную цель в горизонтальной плоскости при обходе опасных зон // Радиотехника. 2009. № 8. С. 71–74.
4. Пляшечник А. С. Построение траектории обхода опасных зон в горизонтальной плоскости // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2017. № 10. С. 22–27.
5. Андреевский В. В., Горощенко Л. Б. Управление полетом и эффективность авиационного комплекса. М.: Машиностроение, 1974. 176 с.
6. Кириллов С. Н., Токарь А. Д. Эффективный алгоритм наведения объекта управления на

маневрирующие воздушные цели // Вестник РГРТУ. 2008. № 2. С. 33–36.

7. *Горощенко Л. Б.* Расчет режимов полета, команд наведения и рубежей перехвата истреби-

телями воздушных целей // Техника воздушного флота. 1999. № 1. С. 47–51.

Поступила 14.03.19

Марусин Виктор Семенович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, инженер-конструктор 2-й категории Акционерного общества «Уральское производственное предприятие «Вектор», г. Тверь.
Область научных интересов: моделирование сложных систем.

Пономарев Олег Павлович – доктор технических наук, заместитель генерального директора по НТП – главный конструктор Акционерного общества «Уральское производственное предприятие «Вектор», г. Екатеринбург.
Область научных интересов: математическое моделирование.

Столяров Олег Георгиевич – кандидат технических наук, доцент, начальник сектора Акционерного общества «Уральское производственное предприятие «Вектор», г. Тверь.
Область научных интересов: исследование операций, моделирование боевых действий систем военного назначения.

Темеров Олег Павлович – ведущий инженер-программист Акционерного общества «Уральское производственное предприятие «Вектор», г. Екатеринбург.
Область научных интересов: автоматизированные системы управления.

Algorithms for optimizing the aircraft flight route

The study introduces the algorithms for optimizing the flight routes of an aircraft when it is bypassing a stationary dangerous zone, which is considered to be the destruction envelope of the air defense missile system, and when it is intercepting an air target. Optimization of the bypass route involves the procedures for finding a safe corridor and building a bypass route with a minimum length. Optimization of the interception route is based on determining the analytical dependence of the penetration distance of the intercepted target on the averaged values of the altitude-velocity characteristics of each of the route segments, and on finding the conditions for the minimum distance of target penetration into the protected airspace.

Keywords: route optimization, flight safety, danger zone, penetration limit, interception of air targets.

Marusin Viktor Semenovich – Candidate of Engineering Sciences, Senior Researcher, Design Engineer of 2nd Category, Joint Stock Company “Ural Production Enterprise” Vector”, Tver.
Science research interests: complex system modeling.

Ponamarev Oleg Pavlovich – Doctor of Engineering Sciences, Deputy General Director for Scientific and Technical Development – Chief Designer, Joint Stock Company “Ural Production Enterprise” Vector”, Ekaterinburg.
Science research interests: mathematical simulation.

Stolyarov Oleg Georgievich – Candidate of Engineering Sciences, Associate Doctor, Head of Sector, Joint Stock Company “Ural Production Enterprise” Vector”, Tver.
Science research interests: operations research, simulation of military operations of military systems.

Temerev Oleg Pavlovich – Leading Software Engineer, Joint Stock Company “Ural Production Enterprise” Vector”, Ekaterinburg.
Science research interests: automated control systems.