УДК 629.7.015+004.94

А. П. Коновальчик, М. Ю. Конопелькин, М. А. Кудров,
Н. М. Гревцов, И. А. Мартынов**Векторный способ формирования траекторных параметров
в задаче имитации боевого налета**

Рассмотрены вопросы построения математической модели, позволяющие моделировать движение воздушных объектов самолетного, ракетного и вертолетного типов. Приведены результаты моделирования в случае выполнения различных пространственных маневров.

Ключевые слова: средство воздушного нападения, динамика полета, численное моделирование, вычислительные методы.

Введение

Несмотря на то что имитации боевого налета посвящено много работ [1–7], до сих пор существует потребность в реализации математической модели на современных языках программирования. В различных приложениях постановка задачи имитации боевого налета может варьироваться, в результате чего требуется внесение определенных поправок как в математическую модель, так и в программную реализацию. Ввиду данных факторов задача программной реализации алгоритмов формирования траекторных параметров является актуальной.

Постановка задачи

Предполагается, что оператор системы автоматизированного проектирования (САПР) радиолокационных станций (РЛС), осуществляющий имитационный эксперимент, имеет возможность сформировать боевой удар. Удар представляет собой совокупность групп средств воздушного нападения (СВН), каждая из которых содержит некоторое количество конкретных СВН, выстроенных в боевом порядке. Требуется, чтобы СВН двигались в соответствии с боевым порядком по некоторому маршруту, сформированному оператором, а также выполняли различные пространственные маневры, например «змейку», «шнек», огибание рельефа местности, занятие эшелона высоты, достижение определенной скорости и т. д. Маршрут состоит из массива контрольных точек, задаваемых в терминах широты, долготы и высоты над уровнем моря, которые СВН

должны достичь. Таким образом, задача формирования траекторных параметров относится к типу краевых задач, что, безусловно, накладывает определенные ограничения на подход к ее решению. Как правило, для моделирования полета воздушных объектов прибегают к численному интегрированию системы уравнений, описывающей движение в некоторой системе координат [1–7]. В случае задачи Коши такой подход крайней эффективен и позволяет получать достоверные результаты, однако при решении краевой задачи прямое численное интегрирование невозможно, приходится прибегать, например, к неявным схемам, которые приводят к решению системы линейных алгебраических уравнений, или к методу пристрелки. Рассматриваемый в данной работе векторный подход в силу особенности его построения с высокой точностью удовлетворяет граничным условиям и требует значительно меньше вычислений по сравнению с методами, упомянутыми выше, что в рамках настоящей постановки задачи повышает его привлекательность. Следует отметить, что векторный подход к расчету траекторных параметров уже был развит коллективами ЦАГИ [8], однако применялся только к задаче моделирования воздушного боя и был реализован на устаревших сегодня языках программирования.

**Математическая модель, используемая
для решения задачи**

Далее рассматривается подход к формированию траектории полета одиночного СВН по контрольным точкам с выполнением различных пространственных маневров.

В основу математической модели положен так называемый векторный способ фор-

мирования траекторных параметров. Пусть имеется инерциальная система координат с ортонормированным базисом (i, j, k) , а также поточная система координат с ортонормированным базисом (v, λ, μ) , где орт v направлен из центра масс вдоль вектора скорости моделируемого СВН; орт λ направлен перпендикулярно v , и его направление совпадает с направлением действия подъемной силы орт μ дополняет тройку до правой. Взаимное расположение описанных систем координат приведено на рис. 1 (для наглядности начала отсчетов систем координат совмещены).

Рис. 1. Взаимное расположение поточной и инерциальной систем координат

Вектор v описывает текущее направление движения СВН. Изменяя его, можно управлять и направлением движения СВН, обеспечивая прохождение через контрольные точки и выполнение пространственных маневров.

Пусть помимо текущего направления движения, определяемого единичным вектором v , задано требуемое направление движения, которое описывается единичным вектором v_n . В случае отсутствия в маршруте, сформированном оператором САПР РЛС, пространственных маневров, вектор v_n ориентируется на следующую по порядку контрольную точку (рис. 2, а). Если присутствуют некоторые маневры, то на соответствующем участке траектории вектор v_n изменяет свою ориентацию в течение времени в соответствии с заданным маневром. Так, например, при выполнении маневра «змейка» вектор v_n поочередно поворачивается то в одну, то в другую сторону относительно направления на следующую контрольную точку (рис. 2, б).

Рис. 2. Примеры формирования вектора требуемого направления:

а – в случае отсутствия маневров в маршруте (1–3 – номера контрольных точек маршрута); б – в случае маневра «змейка»

Итак, основу метода управления вектором направления движения составляет алгоритм формирования закона управления вектором v на базе вектора v_n .

Для обеспечения прохождения СВН через некоторую контрольную точку необходимо, чтобы векторы текущего и требуемого направлений оказались сонаправленными. Реализовать это можно путем поворота вектора текущего направления в сторону вектора требуемого направления до их совмещения. Данное преобразование можно осуществить путем формирования производной вектора текущего направления. С физической точки зрения поворот вектора текущего направления движения осуществляется посредством формирования требуемой нормальной перегрузки, ориентированной в пространстве так, чтобы СВН, а вместе с ним и вектор v поворачивались в нужную сторону. В реальном полете это достигается посредством отклонения соответствующих аэродинамических поверхностей: напри-

мер, руля высоты для маневра в вертикальной плоскости или элеронов в случае выполнения маневра в горизонтальной плоскости. В рамках постановки задачи имитации полета различных СВН детализация моделирования вплоть до учета отклонения органов управления излишня и с точки зрения вычислительной сложности, и с точки зрения требований к характеристикам рассчитываемых траекторий.

Пусть между векторами текущего направления $\mathbf{v}$ и требуемого направления $\mathbf{v}_n$ имеется рассогласование, которое можно описать величиной угла φ между ними. При этом угловая скорость вращения вектора текущего направления ω_v пропорциональна значению рассогласования с коэффициентом пропорциональности k_φ , который называют коэффициентом уменьшения рассогласования. Связь между последними тремя величинами можно описать следующим равенством:

$$\omega_v = k_\varphi \varphi.$$

Таким образом, требуется сформировать значение производной вектора текущего направления, которое будет обеспечивать поворот вектора текущего направления в сторону вектора требуемого направления, причем с помощью коэффициента уменьшения рассогласования можно будет управлять скоростью поворота, обеспечивая тем самым требуемое значение нормальной перегрузки.

Если рассматривать движения в поточной системе координат, то указанный выше поворот вектора текущего направления в вектор требуемого будет выражаться в формировании некоторой производной для вектора требуемого направления. Для отыскивания производной вектора требуемого направления можно представить его в виде линейной комбинации векторов требуемого и текущего направлений:

$$\dot{\mathbf{v}}_n = a\mathbf{v}_n + b\mathbf{v},$$

где $\dot{\mathbf{v}}_n$ – производная вектора по времени.

Это есть условие того, что компенсация рассогласования между текущим и требуемым направлениями движения будет происходить в плоскости векторов требуемого и текущего направлений.

Для нахождения коэффициентов a и b можно воспользоваться двумя условиями:

1) производная вектора текущего направления ортогональна самому вектору, т. е. $(\dot{\mathbf{v}}_n, \mathbf{v}_n) = 0$;

2) модуль вектора $\dot{\mathbf{v}}_n$ пропорционален углу рассогласования между текущим и требуемым направлениями движения, т. е. $|\dot{\mathbf{v}}| = k_\varphi \varphi$.

Эти два условия дают следующие значения a и b :

$$a = -\frac{k_\varphi \varphi \cos \varphi}{\sin \varphi};$$

$$b = \frac{k_\varphi \varphi}{\sin \varphi}.$$

С учетом этого выражение для требуемой скорости изменения вектора $\mathbf{v}$ будет выглядеть следующим образом:

$$\dot{\mathbf{v}}_n = \frac{k_\varphi \varphi (\mathbf{v}_n - \mathbf{v} \cos \varphi)}{\sin \varphi}.$$

Следует заметить, что это выражение содержит особенность при $\varphi = 0$, но она раскрываемая:

$$\frac{\varphi}{\sin \varphi} = 1.$$

В [8] показано, что уравнение для текущей скорости изменения вектора $\mathbf{v}$ имеет вид

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{g}{V} (n_y \lambda - \mathbf{j} + (\mathbf{j}, \mathbf{v}) \mathbf{v}),$$

где g – ускорение свободного падения;

V – модуль скорости цели;

n_y – нормальная скоростная перегрузка;

$\mathbf{j}$ – вертикальный орт земной системы координат;

λ – единичный вектор, направленный вдоль подъемной силы.

Из условия равенства текущей скорости изменения вектора $\mathbf{v}$ скорости изменения вектора $\mathbf{v}_n$ можно получить выражение для требуемого значения нормальной скоростной перегрузки и направления ее действия [8]:

$$n_y \lambda = \frac{V}{g} \dot{\mathbf{v}}_n + \mathbf{j} - (\mathbf{j}, \mathbf{v}) \mathbf{v}. \quad (1)$$

Теперь, используя разностное выражение производной, можно записать расчетную схе-

му для определения вектора текущего направления на следующем шаге интегрирования:

$$\mathbf{v}^{k+1} = \mathbf{v}^k + \mathbf{v}\Delta t,$$

где Δt – шаг интегрирования.

Для управления текущей скоростью полета можно при необходимости задавать некоторую тангенциальную перегрузку, исходя из того требуется ли увеличить или уменьшить скорость полета. Конечная разностная схема для нахождения скорости на следующем временном шаге выглядит так:

$$V^{k+1} = V^k + g(n_x - (\mathbf{v}, \mathbf{j}))\Delta t.$$

Описанный выше подход позволяет формировать управление вектором текущего направления, которое обеспечивает прохождение СВН через все контрольные точки, а также выполнение заданных боевых маневров. При этом описанный сценарий может применяться для моделирования движения в случае частичного или даже полного отсутствия исходных данных.

Для более реалистичного моделирования полета СВН необходимо учитывать аэродинамические особенности каждого СВН. В частности, описанный выше подход не учитывает ограничение на максимальную нормальную перегрузку.

В случае превышения значения потребной нормальной перегрузки можно скорректировать коэффициент уменьшения рассогласования, вследствие чего поворот вектора текущего направления будет осуществляться с такой скоростью, чтобы значение нормальной перегрузки находилось в пределах допустимого. Выражение (1) можно представить в следующем виде:

$$n_y \lambda = \dot{\mathbf{v}}_n \frac{V}{g} + \mathbf{j}(\mathbf{j}, \mathbf{v}) = k_\varphi \mathbf{B} + \mathbf{j} - (\mathbf{j}, \mathbf{v})\mathbf{v} = \mathbf{A}, \quad (2)$$

$$\text{где } \mathbf{B} = \frac{g\varphi(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}\cos\varphi)}{V\sin\varphi}.$$

Если $(\mathbf{A}, \mathbf{A}) > n_{y\max}^2$, где $n_{y\max}$ – максимальное значение нормальной перегрузки, то для нахождения коэффициента уменьшения рассогласования можно решить следующее квадратное уравнение:

$$k_\varphi^2(\mathbf{B}, \mathbf{B}) + 2k_\varphi[(\mathbf{B}, \mathbf{j}) - (\mathbf{j}, \mathbf{v})(\mathbf{B}, \mathbf{v})] + 1 - (\mathbf{j}, \mathbf{v})(\mathbf{j}, \mathbf{v}) - n_{y\max}^2 = 0. \quad (3)$$

Решением уравнения (3) является такое значение коэффициента уменьшения рассогласования, которое обеспечивает поворот СВН с заданным максимальным значением нормальной перегрузки:

$$k_\varphi = \frac{-(\mathbf{B}, \mathbf{j}) - (\mathbf{j}, \mathbf{v})(\mathbf{B}, \mathbf{v})}{(\mathbf{B}, \mathbf{B})} + \frac{\sqrt{[(\mathbf{B}, \mathbf{j}) - (\mathbf{j}, \mathbf{v})(\mathbf{B}, \mathbf{v})]^2 - (\mathbf{B}, \mathbf{B})[1 - (\mathbf{j}, \mathbf{v})(\mathbf{j}, \mathbf{v}) - n_{y\max}^2]}}{(\mathbf{B}, \mathbf{B})}$$

Если присутствует информация об аэродинамических коэффициентах, то в рамках векторного подхода можно их учесть. Для этого можно записать в общем виде выражения для нормальной и тангенциальной перегрузок:

$$n_y = \frac{P(H, M, \eta)\sin\alpha}{mg} + \frac{qSC_y(\alpha, M)}{mg};$$

$$n_x = \frac{P(H, M, \eta)\cos\alpha}{mg} - \frac{qSC_x(C_y, M)}{mg},$$

где $P(H, M, \eta)$ – тяга, зависящая от высоты полета H , числа Маха M , степени дросселирования силовой установки η ;

α – угол атаки;

m – масса СВН;

q – скоростной напор;

S – характерная площадь СВН;

$C_y(\alpha, M)$ – коэффициент подъемной силы, который зависит от угла атаки и числа Маха;

$C_x(C_y, M)$ – коэффициент сопротивления, зависящий от числа Маха и коэффициента подъемной силы.

Если получено значение скоростной нормальной перегрузки n_y , задано значение тангенциальной перегрузки n_x (не превышающее предельно допустимую), то посредством решения системы уравнений можно найти значения угла атаки и степень дросселирования силовой установки, т. е. тягу. Стоит отметить, что значение нормальной перегрузки высчитывается в соответствии с выражениями (2) и (3), но тангенциальная перегрузка по умолчанию равна нулю, ее значение меняется только в случае выполнения маневра по скорости, заданного пользователем, при этом значение тангенци-

альной перегрузки линейно изменяется вплоть до предельно допустимой.

Следует отметить, что для детального моделирования движения СВН с учетом изменения модуля скорости по указанному выше алгоритму требуется наличие информации о зависимостях аэродинамических коэффициентов от условий полета. В частности, необходимо иметь информацию о зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки и числа Маха $C_y(\alpha, M)$, зависимости коэффициента сопротивления от коэффициента подъемной силы и числа Маха $C_x(C_y, M)$, а также о высотнo-скоростных характеристиках силовой установки $P(H, M, \eta)$.

В окончательном виде полная разностная схема представлена следующими соотношениями:

$$\mathbf{v}^{k+1} = \mathbf{v}^k + \dot{\mathbf{v}}^k dt;$$

$$\mathbf{r}^{k+1} = \mathbf{r}^k + \mathbf{v}^k dt;$$

$$V^{k+1} = V^k + g(n_x - (\mathbf{v}^k, \mathbf{j})) dt;$$

$$\alpha^{n+1} = \arcsin\left(\frac{n_y mg - qSC_y(\alpha^n, M)}{P^n(H, M, \eta)}\right);$$

$$P^{n+1}(H, M, \eta) = \frac{n_x mg + qSC_x(C_y, M)}{\cos \alpha^n},$$

где $\mathbf{r}^k$ – радиус-вектор положения центра масс СВН на k -м шаге интегрирования.

Описанный подход можно применять также для расчета траекторных параметров в случае моделирования огибания рельефа местности маневренным истребителем или крылатой ракетой.

Особенности программной реализации

На основе математической модели был спроектирован программный компонент, который предоставляет *API* для расчета траекторий. Программный компонент был выполнен в рамках парадигмы объектно-ориентирован-

ного программирования: основным элементом является класс с набором методов. Конструктор класса позволяет передавать краевые условия (координаты контрольных точек, маневры) и летно-технические характеристики. У класса присутствует расчетный метод, позволяющий запускать расчет траектории с заданными в конструкторе класса условиями. После завершения работы расчетного метода можно вызвать методы, возвращающие результаты расчета.

В основу концепции архитектуры была заложена перспектива интеграции компонента в общую интеграционную платформу, а также работы с группами СВН. Помимо непосредственно расчетных классов и интерфейсов, реализуется масштабная база данных, в которой хранятся как летно-технические характеристики СВН, так и результаты моделирования и информация по группам. Основной инструмент, используемый для создания программы, – библиотека Qt [9]. На рис. 3–6 продемонстрированы элементы отладочного графического интерфейса (в интеграционной платформе САПР РЛС свой графический интерфейс, интегрироваться будет только расчетная модель). Основное окно интерфейса отображает карту местности, на которой можно размещать контрольные точки, задавать маневры. В верхней панели интерфейса расположены инструменты, позволяющие администрировать базу данных: задавать летно-технические характеристики новых СВН, редактировать уже имеющиеся СВН в базе данных, формировать группы СВН, запускать расчет и просматривать результаты (см. рис. 3).

На рис. 4 приведен пример создания группы СВН. В первую очередь выбирается состав группы (рис. 4, а), затем настраивается боевой порядок (рис. 4, б).

На рис. 5 представлен пример отображения рассчитанных траекторий для группы, состоящей из трех СВН, которые выстроены

Рис. 3. Панель инструментов отладочного графического интерфейса

Рис. 4. Настройка группы СВН: состав группы (а), боевой порядок (б)

Рис. 5. Пример работы алгоритма

в боевом порядке «клин» в соответствии с рис. 4, б без выполнения маневров, только с учетом прохождения через контрольные точки, заданные на рис. 6.

На рис. 7 показаны более детализированные результаты расчета, которые для одного СВН, выбранного в левой части панели, включают в себя отображения геоцентрических координат от времени (три верхних графика), геодезических координат от времени (три средних графика), углы тангажа, крена и скорость в зависимости от времени (три ниж-

них графика). Стоит отметить, что скорость полета постоянна на протяжении всего полета в силу того, что не были заданы маневры по скорости.

Заключение

В работе описаны главные принципы построения траекторных параметров на основе управления направлением вектора движения СВН. Метод позволяет, с одной стороны, рассчитывать траектории для СВН, по которым известен очень ограниченный набор исходных данных, с другой – при наличии подроб-

Редактор маршрутов

Файл Способ задания координат

☒ Координаты в градусах ☐ Координаты в радианах

	Широта, град.	Долгота, град.	Выс
2	54.673	61.6633	9800
3	54.7064	62.468	10200
4	54.2339	62.4708	10200
5	54.1938	64.3275	9950
6	54.6238	62.9047	9600
7	54.7175	64.8383	9900
8	55.1436	64.3082	10200
9	55.3174	62.2236	10300
10	54.9831	62.078	10400
11	54.7555	64.0144	10450
12	55.0477	63.5035	10600

Количество контрольных точек: 12

Очистить таблицу

Добавить строку под номером

Удалить строку под номером

Добавить строку в конец

Удалить последнюю строку

Поменять выделенные строки местами

Удалить выделенные строки

Наименование маршрута: statiya_route

Отсчет высоты: от уровня моря

База как первая точка: Base_1

Объект удара как последняя точка:

Рис. 6. Контрольные точки маршрута

Рис. 7. Детализированные результаты расчета траектории

ной информации об аэродинамических характеристиках СВН осуществлять расчет с высокой точностью.

В рамках описанной постановки задачи требуется удовлетворение граничным условиям, что делает применение подходов, основанных на интегрировании системы уравнений, гораздо более трудоемким по сравнению с век-

торным подходом. Именно благодаря краевому характеру задачи векторный подход к формированию траекторных параметров – один из самых оптимальных.

Список литературы

1. Тараненко В. Т., Момджи В. Г. Прямой вариационный метод в краевых задачах динамики полета. М.: Машиностроение, 1986. 127 с.

2. *Чепурных И. В.* Динамика полета самолетов: учебное пособие. Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2014. 112 с.
 3. *Булдинский В. А.* Динамика маневрирования самолета-истребителя в воздушном бою. М.: Военное издательство Министерства обороны Союза ССР, 1957. 200 с.
 4. *Свирневский Н. С.* Имитация полета крылатой ракеты на основе объектно-ориентированной методологии проектирования программной системы // Вісник Хмельницького національного університету. 2012. № 6. С. 203–207.
 5. *Ефимов В. В.* Основы авиации. Ч. I. Основы аэродинамики и динамики полета летательных аппаратов: учебное пособие. М.: МГТУ ГА, 2003. 64 с.
 6. *Коровина С. К.* Нелинейная динамика и управление: сборник статей / под ред. С. В. Емельянова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 400 с.
 7. *Канатников А. Н.* Построение траекторий летательных аппаратов с немонотонным изменением энергии // Наука и образование. 2013. № 4. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/554666.html> (дата обращения 11.04.2018).
 8. *Гревцов Н. М., Мельц И. О.* Формирование управления движением для расчета траекторий самолета // Ученые записки ЦАГИ. 2007. Т. XXXVIII. № 3–4. С. 135–143.
 9. *Бланишет Ж., Саммерфилд М.* Qt4: Программирование GUI на C++. М.: Кудиц-пресс, 2008. 718 с.
- Поступила 29.11.18**

Коновальчик Артем Павлович – кандидат технических наук, заместитель генерального конструктора по перспективным проектам АО «Концерн ВКО «Алмаз – Антей», г. Москва.

Область научных интересов: суперкомпьютерные технологии, распределенное моделирование, специализированные программные комплексы.

Конопелькин Максим Юрьевич – заместитель начальника отдела разработки САПР АО «Концерн ВКО «Алмаз – Антей», г. Москва.

Область научных интересов: суперкомпьютерные технологии, распределенное моделирование, специализированные программные комплексы.

Кудров Максим Александрович – кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник-заведующий лабораторией информационных технологий и прикладной математики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва.

Область научных интересов: математическое моделирование, численные методы, специализированные программные комплексы

Гревцов Николай Максимович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва.

Область научных интересов: динамика полета, математическое моделирование.

Мартынов Иван Алексеевич – научный сотрудник Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва.

Область научных интересов: динамика полета, математическое моделирование, численные методы.

Vector method in generating trajectory parameters in the air raid simulation task

The paper focuses on the problems of mathematical model development that allow simulating the motion of airborne objects of aircraft, missile and helicopter types. The simulation results of various spatial maneuvers are given.

Keywords: air assault weapon, flight dynamics, numerical simulation, computational methods.

Konovalchik Artem Pavlovich – Candidate of Engineering Sciences, Deputy General Designer for Prospective Projects, Joint-stock Company “Concern “Almaz – Antey”, Moscow.

Science research interests: supercomputer technologies, distributed simulation, specialized software systems.

Konopelkin Maksim Yurievich – Deputy Head of CAD Development, Joint-stock Company “Concern “Almaz – Antey”, Moscow.

Science research interests: supercomputer technologies, distributed simulation, specialized software systems.

Kudrov Maksim Aleksandrovich – Candidate of Engineering Sciences, Acting Dean of Department of Aeromechanics and Flight Engineering, Moscow Institute of Physics and Technology, Associate Professor, Department of General Physics, Moscow.

Science research interests: numerical methods and software systems, mathematical simulation.

Grevtsov Nikolay Maksimovich – Candidate of Engineering Sciences, Senior Research Fellow, Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow.

Science research interests: flight dynamics, mathematical simulation.

Martynov Ivan Alekseevich – Research Fellow, Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow.

Science research interests: flight dynamics, mathematical simulation, numerical methods.