



УДК 62-822

А. О. Кузьмин, С. М. Стажков,
Н. В. Тарасова, П. И. Валиков

Применение метода дробных шагов для решения задач гидромеханических процессов в поршневой паре аксиально-поршневых гидромашин с наклонным диском

На базе анализа кинематики поршневой пары получено уравнение для высоты зазора в поршневой паре для случая низких скоростей, являющееся основой для уравнения Рейнольдса для смазочного слоя поршневого механизма. С помощью численного эксперимента методом дробных шагов построено поле давления для двух различных случаев кинематики поршневого механизма, сопоставлена несущая способность гидродинамической силы. Выявлено аналитически и с помощью численного эксперимента, что при обкатывании поршнем кромок направляющей втулки суммарная гидродинамическая сила значительно превышает силу, создаваемую при скольжении поршня во втулке.

Ключевые слова: гидромашина, динамическая характеристика, наклонный диск, жидкостной режим трения.

Наиболее ответственный узел аксиально-поршневой гидромашин с наклонным диском – это поршневой механизм. От его функционирования зависят характеристики всей гидромашин, такие как коэффициент полезного действия (КПД), а также статические и динамические характеристики. Динамические характеристики поршневых гидромашин зависят от зоны нечувствительности, возникающей при реверсе гидромашин в связи с высокими значениями сил трения и объемными утечками.

Аксиально-поршневые гидромашин широко представлены в приводах, где требуется высокое давление при высоких частотах вращения выходного вала. Данные гидромашин обеспечивают энергоемкость, что делает их безальтернативными для силового гидравлического привода в ряде образцов техники: приводы подъема качающейся части; приводы горизонтирования; привод отбора мощности и др.

Гидромашин востребованы и в энергоемких высокоточных приводах. В первую очередь это приводы, к которым предъявляются требования по статическим и динамическим характеристикам: приводы летательных аппаратов; объемные гидромеханические передачи наземной техники различного назначения, обеспечивающие передачу энергии с приводящего двигателя машины на исполнительные механизмы [1, 2].

Аксиально-поршневые гидромашин с наклонным диском (АПГНД) обладают такими преимуществами, как относительная простота конструкции и более удобные компоновочные характеристики в сравнении с аксиально-поршневыми гидромашин с наклонным блоком (АПГНБ). Однако актуальной проблемой для таких машин является обеспечение работы на низких оборотах и в режиме страгивания, чего можно достичь за счет снижения сил трения в поршневой паре.

Цель данной статьи – уменьшение сил трения между поршнем и направляющей втулкой. Эта задача может быть решена с помощью реализации жидкостного режима трения [3], возникающего при достаточно большой подъемной силе, вызываемой движением поршня относительно втулки. Для определения величины гидродинамической силы, обуславливающей жидкостный режим трения, необходимо вычислить гидродинамическое давление в поршневой паре [4].

Ось поршня, находясь под воздействием поперечной силы, развернута относительно оси направляющей втулки на максимально возможный угол, обусловленный величиной радиального зазора, создавая благоприятные условия для формирования «масляного клина». Однако при страгивании и малых скоростях движения поршня относительно внутренней поверхности направляющей втулки подъемная сила со стороны масляной пленки недостаточна для обеспечения жидкостного режима

© Кузьмин А. О., Стажков С. М., Тарасова Н. В., Валиков П. И., 2019



трения [5]. Поверхность поршня находится в непосредственном контакте с внешней и внутренней кромками направляющей втулки, что обуславливает реализацию в поршневой паре высокого уровня трения (рис. 1).

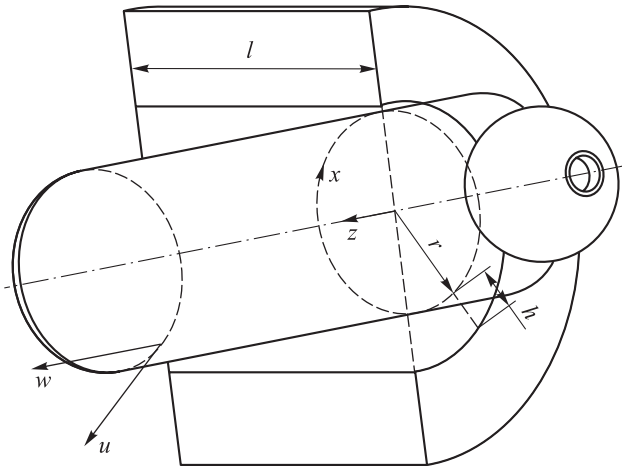


Рис. 1. Основные параметры поршневой пары

На рис. 1 введены следующие обозначения:

- u – линейная скорость точки на поверхности поршня при его вращении во втулке;
- w – поступательная скорость точки на поверхности поршня относительно втулки;
- l – длина направляющей втулки;
- r – радиус поршня;
- h – зазор между поршнем и внутренней поверхностью втулки.

В данном случае рассмотрены гидродинамические процессы в паре поршень – направляющая втулка до момента «всплытия» поршня. Для построения поля гидродинами-

ческого давления использована развертка поверхности поршня, привязанная к декартовой системе координат с осями x и z . В виду того что радиус кривизны поверхности поршня на два порядка превосходит величину зазора, допускается использовать прямоугольную систему координат [4]. Координата y определяется толщиной слоя рабочей жидкости.

Линейную скорость точки на поверхности поршня при его вращении во втулке можно вычислить по формуле

$$u = \omega r, \tag{1}$$

а поступательную скорость точки на поверхности поршня относительно втулки –

$$w = \omega R \tan(\gamma) \sin(\alpha). \tag{2}$$

Здесь ω – частота вращения вала гидромашины; R – радиус блока цилиндров; γ – угол наклона опорного диска; α – угловое положение поршня в течение рабочего цикла.

Формула (1) применима для скольжения поверхности поршня по кромкам втулки. Соответствующие формуле (1) уравнения скоростей на поверхности поршня в случае кинематики обкатывания поршнем кромок направляющей втулки представлены в работе [6].

На рис. 2 показаны основные геометрические параметры зазора между поршнем и направляющей втулкой. Величина зазора по сечению вычислена с помощью теоремы синусов и представлена в уравнении (3). По длине втулки

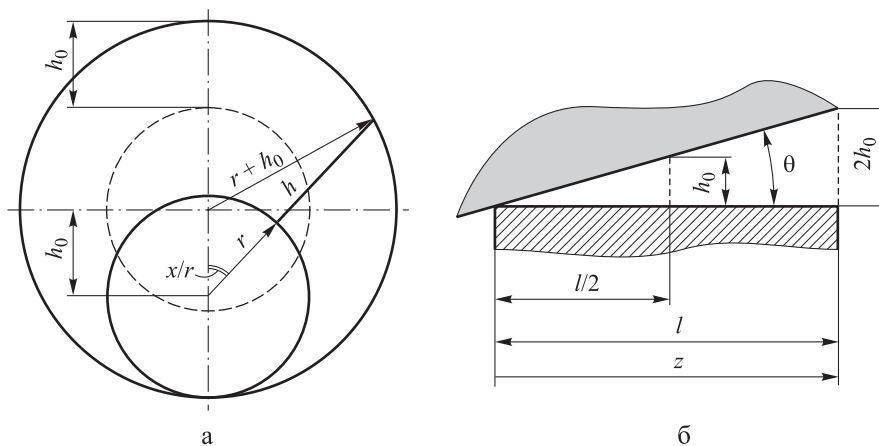


Рис. 2. Основные геометрические параметры для определения толщины смазочного слоя в поршневой паре:
 θ – угол наклона поршня



зазор при координате x , соответствующей непосредственному контакту поршня и втулки, изменяется линейно от 0 до зазора, равного удвоенному значению номинального зазора h_0 :

$$h = (r + h_0) \frac{\sin\left(\pi - \frac{x}{r} - \arcsin\left(\frac{h_0 - z \tan\theta}{r + h_0} \sin \frac{x}{r}\right)\right)}{\sin x / r} r. \quad (3)$$

Формула (3) является менее универсальной, чем используемая в работе Пелоси [7], однако для случая неизменного угла наклона θ высоту зазора s ее помощью вычислить значительно проще. При использовании формулы (3) можно упростить вычисления поля давления в соответствии с уравнениями Рейнольдса.

Запишем уравнение Рейнольдса для кинематики поршневого механизма, при котором поршень совершает полный оборот относительно внутренней поверхности направляющей втулки за один оборот вала и сохраняет максимальный угол наклона [6, 7]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu u \frac{\partial h}{\partial x} + 6\mu w \frac{\partial h}{\partial z}, \quad (4)$$

где p – гидродинамическое давление в слое рабочей жидкости;

μ – коэффициент динамической вязкости жидкости.

Как показано в работе [6], формула (4) применима лишь для кинематики, при которой вращательное движение поршня во втулке имеет характер скольжения на обеих кромках. Также в работе [6] приведено уравнение Рейнольдса для кинематики, при которой происходит обкатывание поршнем внешней и внутренней кромок втулки. Однако данное уравнение слишком громоздкое и содержит слагаемые второго и выше порядков малости. Для сравнения последних для каждого слагаемого сопоставлено выражение, содержащее характерные величины:

$$12\mu v' \sim 12\mu v_0; \quad 6\mu u' \frac{\partial h}{\partial x} \sim 6\mu u_0 \frac{h_0}{r}; \quad 6\mu h \frac{\partial u'}{\partial x} \sim 6h_0 \mu \frac{u_0}{r};$$

$$18\mu v' \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \sim 18\mu v_0 \left(\frac{h_0}{r} \right)^2; \quad 6\mu h \frac{\partial v'}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} \sim 6h_0 \mu \frac{v_0 h_0}{r^2};$$

$$6\mu h v \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \sim 6\mu h_0 v_0 \left(\frac{h_0}{r} \right)^2;$$

$$6\mu w' \frac{\partial h}{\partial z} \sim 6\mu w_0 \frac{h_0}{l}; \quad 18\mu v' \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 \sim 18\mu v_0 \left(\frac{h_0}{l} \right)^2;$$

$$6\mu h v' \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \sim 6\mu h_0 v_0 \left(\frac{h_0}{l} \right)^2.$$

Здесь v_0, u_0, w_0 – максимальные значения скоростей для заданной частоты вращения вала гидромашины.

Номинальный зазор имеет величину порядка 10 мкм, следовательно, можно исключить слагаемые, имеющие два и более множителей h_0 . Характерные величины скоростей v_0 и u_0 имеют один порядок малости, значение скорости w_0 может превышать данные составляющие не более чем на порядок, а радиус и длина направляющей втулки принимают значения порядка 10^{-2} м. По этой причине слагаемые, имеющие даже один множитель h_0 , будут как минимум на три порядка меньше слагаемого без данного множителя.

Итоговая формула для кинематики обкатывания кромок втулки представлена в формуле

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12\mu v'. \quad (5)$$

Для решения уравнений (4) и (5) используется метод установления, в частности метод дробных шагов (или метод Яненко) [8]. При его использовании обеспечивается достаточно высокая точность вычислений. Метод дробных шагов подразумевает применение метода прогонки в каждом полушаге по времени.

Запишем схему для первого и второго полушагов:

$$\frac{p_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - p_{i,j}^k}{\Delta\tau} =$$

$$= \lambda \left(\frac{\partial h_{i,j}^3}{\partial z} \frac{p_{i,j+1}^{k+\frac{1}{2}} - p_{i,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{2\Delta z} + h_{i,j}^3 \frac{p_{i,j+1}^{k+\frac{1}{2}} - 2p_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + p_{i,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{\Delta z^2} \right) -$$

$$- \lambda \left(6\mu u \frac{\partial h}{\partial x} + 6\mu w \frac{\partial h}{\partial z} \right);$$

$$\frac{p_{i,j}^{k+1} - p_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\Delta\tau} =$$



$$= \lambda \left(\frac{\partial h_{i,j}^3}{\partial x} \frac{p_{i+1,j}^{k+1} - p_{i-1,j}^{k+1}}{2\Delta x} + h_{i,j}^3 \frac{p_{i+1,j}^{k+1} - 2p_{i,j}^{k+1} + p_{i-1,j}^{k+1}}{\Delta x^2} \right) - \lambda \left(6\mu u \frac{\partial h}{\partial x} + 6\mu w \frac{\partial h}{\partial z} \right).$$

Здесь $\Delta\tau$ – шаг по времени;

λ – коэффициент, определяющий скорость решения задачи;

k – номер шага по времени.

В данном случае время введено как фиктивный параметр, каждый шаг итерации при вычислении итогового значения давления в каждой точке не отражает реальное изменение гидродинамического давления во времени. В связи с этим коэффициент λ выбран с учетом порядков и размерностей слагаемых. Коэффициент λ для первого и второго полушагов выбран в соответствии с коэффициентами метода прогонки:

- для первого полушага

$$\lambda = \frac{l^2}{h_{i,j}^3};$$

- для второго полушага

$$\lambda = \frac{(\pi d)^2}{h_{i,j}^3}.$$

Здесь d – диаметр поршня.

Выбраны шаги по пространственным координатам $\frac{l}{200}$ м и $\frac{\pi d}{200}$ м, шаг по времени $\Delta\tau = \frac{1}{40\,000}$ с, разница между шагами для завершения счета выбрана как разница в 0,0001 от значения функции.

На рис. 3 и 4 представлены развертка смазочного слоя между поршнем и втулкой при образовании в нем гидродинамического давления, вызванного движением поршня во втулке. Поле давления на поверхности поршня при кинематике скольжения для положения поршня (см. рис. 3) для следующих параметров: $\alpha = 0$; $\omega = 100$ рад/с; $r = 10$ мм; $h_0 = 12,5$ мкм. Так, ось x соответствует развертке по длине окружности, а ось z – оси втулки. Пики давления находятся вблизи мест наименьшего зазора, т. е. наименьшей толщины слоя, однако имеют некоторое смещение, как и описано в работах [4, 5].

Результаты вычислений, приведенные на рис. 3, подтверждены экспериментальными данными, приведенными в работе [7]. Сравнение значений давления на рис. 3, 4 подтверждает результаты, полученные ранее в работе [6] иным численным методом и без отбрасывания слагаемых бóльшего порядка малости.

В соответствии с работой Коровчинского [4] и уравнениями (4) и (5) несущая спо-

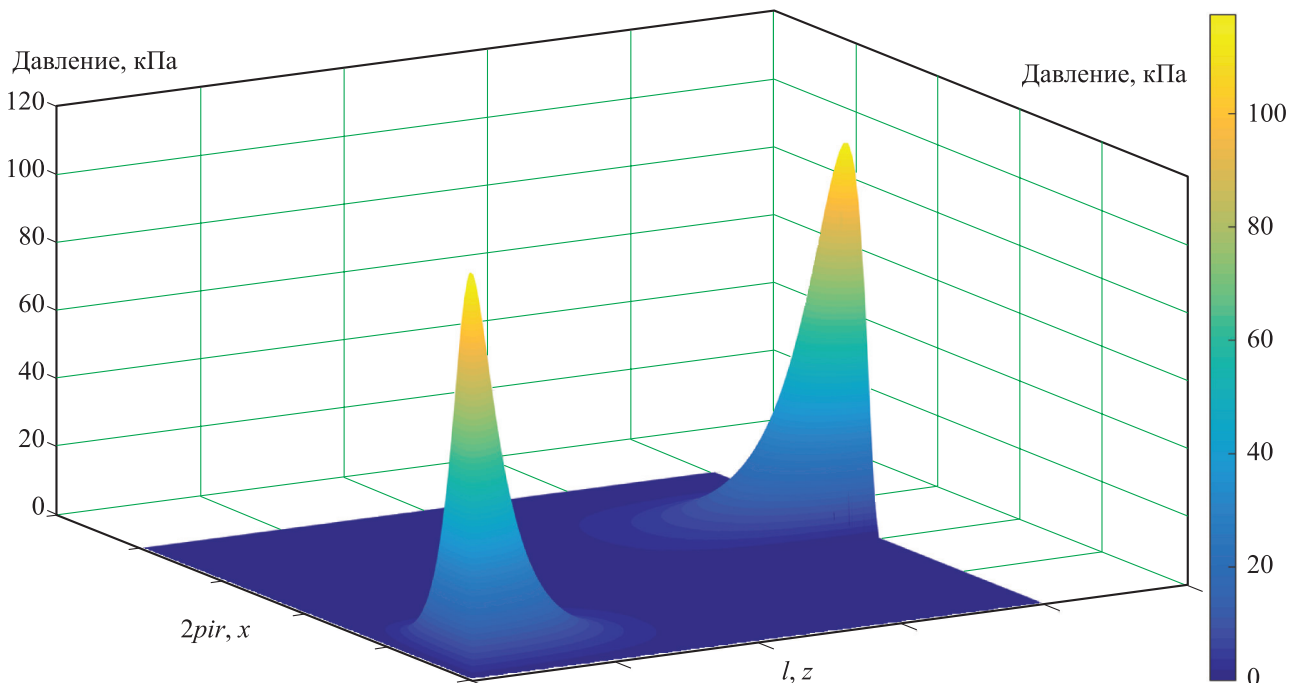


Рис. 3. Поле давления в слое рабочей жидкости в поршневой паре для кинематики скольжения поршня во втулке

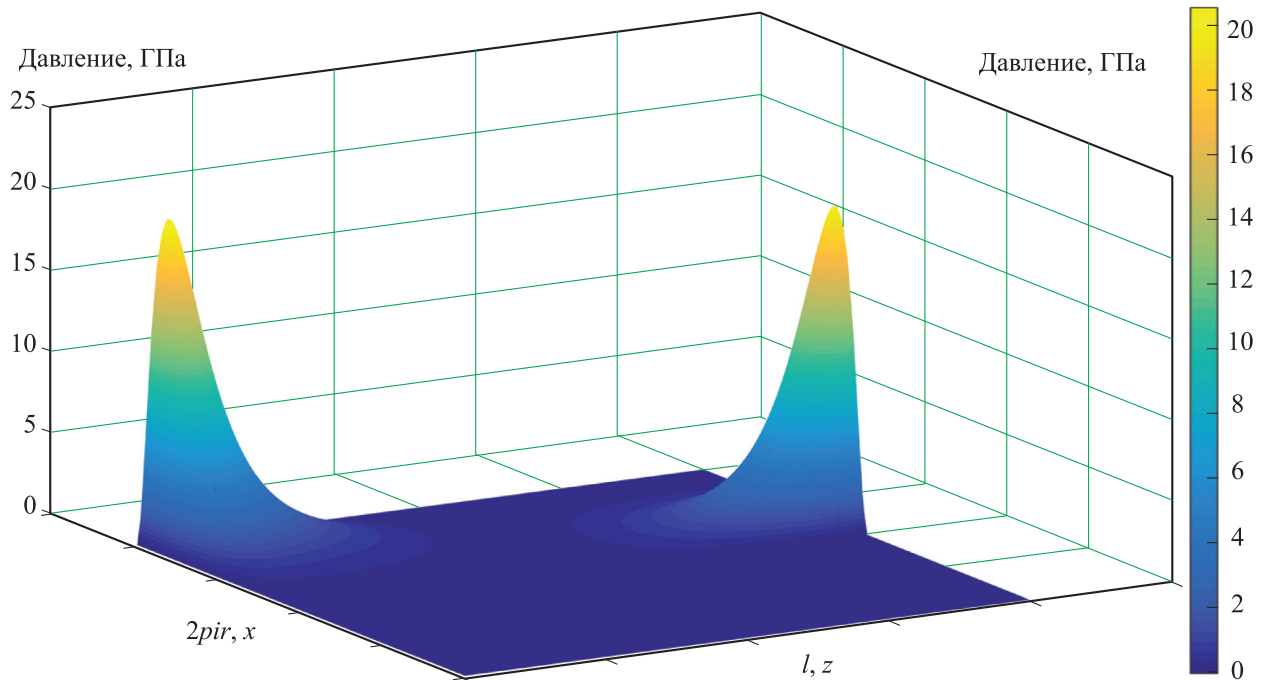


Рис. 4. Поле давления в слое рабочей жидкости в поршневой паре для кинематики обкатывания поршнем кромок втулки

способность гидродинамической силы масляной пленки прямо пропорциональна скорости вращения шипа в подшипнике (в данном случае – поршня во втулке). Для сравнения значений гидродинамической силы для кинематики скольжения и обкатывания без применения численного эксперимента проведено сравнение значений скоростей в точке, в которой, в соответствии с работой [4], гидродинамическое давление должно достигать максимума. Для указанных условий такая точка находится в 14° от места наименьшего зазора между втулкой и поршнем.

Для точки пикового давления скорость скольжения поршня во втулке останется равной $u = \omega r$, в то время как составляющая вращательной скорости $v' = \omega r \cdot \sin 14^\circ$.

Тогда отношение скоростей

$$\frac{v'}{u} = 0,242.$$

Развертка высоты зазора в поршневой паре в поперечном сечении по форме близка к синусоиде, поэтому значение изменения высоты зазора по длине окружности будет иметь тот же порядок малости, что и значение высоты зазора.

Сопоставив правые части уравнений (4) и (5), полученного соотношения скоростей и

принимая во внимание указанную выше оценку порядка малости производной высоты зазора по координате x , получено соотношение

$$12\mu v' / 6\mu u \frac{\partial h}{\partial x} \sim 10^4. \quad (6)$$

Значит, в случае кинематики обкатывания несущая способность гидродинамической силы по крайней мере на четыре порядка выше, чем в случае скольжения поршня.

На рис. 5 представлены значения суммарной гидродинамической силы на внешней кромке направляющей втулки для двух случаев кинематики поршневого механизма, полученные с помощью расчетов после вычисления значений поля давления.

В результате сравнения графиков установлено, что гидродинамическая сила, создаваемая при обкатывании, не менее чем на пять порядков превышает силу, создаваемую при скольжении. Таким образом, обеспечив данную кинематику, можно перейти к жидкостному режиму трения при более низких оборотах вала гидромашин, что улучшит работу на низких оборотах и при страгивании. Однако данная кинематика возможна только при сравнительно низких силах трения в паре поршень – башмак, что трудно реализуемо при текущей конструкции гидромашин.

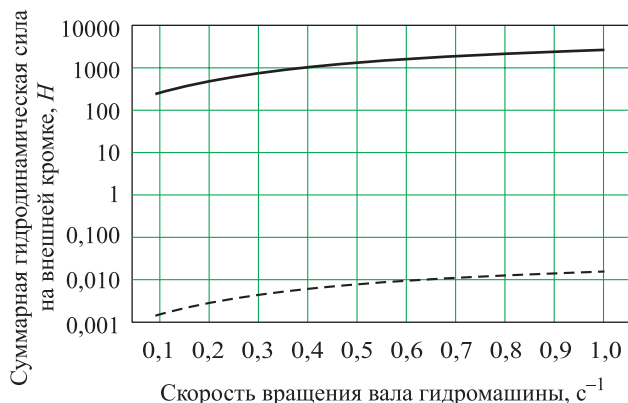


Рис. 5. Зависимость суммарной гидродинамической силы на внешней кромке от скорости вращения вала гидромашин для случая кинематики скольжения (---) и обкатывания (—) поршня во втулке

В результате проведенного исследования получены:

- упрощенная формула для толщины масляного слоя в поршневой паре АПГНД;
- итоговое уравнение для давления в слое для случая обкатывания поршня кромок направляющей втулки.

Проведен численный эксперимент по вычислению поля давления для двух случаев кинематики, выполненного с помощью метода дробных шагов. Показано, что кинематика обкатывания поршнем кромок втулки позволяет создавать гидродинамическую силу, на пять порядков превышающую ту, что создается при кинематике скольжения поршня во втулке.

Список литературы

1. Zhang J., Chao Q., Xu B. et al. Effect of Piston-Slipper Assembly Mass Difference on the Cylinder

Block Tilt in a High-Speed Electro-Hydrostatic Actuator Pump of Aircraft // International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. 2017. № 18 (995). URL: <https://doi.org/10.1007/s12541-017-0117-1> (data access 01.03.2019).

2. Zeman P., Kemmetmüller W., Kugi A. Mathematical Modeling and Analysis of a Hydrostatic Drive Train // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48. Iss. 1. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.05.064> (data access 01.03.2019).

3. Крагельский И. В., Виноградова И. Э. Коэффициенты трения. М.: МАШГИЗ, 1962. 220 с.

4. Коровчинский М. В. Теоретические основы работы подшипников скольжения. М.: МАШГИЗ, 1959. 404 с.

5. Слезкин М. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гос. издательство технико-теоретической литературы, 1955. С. 193–200.

6. Кузьмин А. О., Попов В. В., Стажков С. М. Гидродинамические процессы в поршневой паре аксиально-поршневых гидромашин // Вестник Концерна ВКО Алмаз – Антей. 2017. № 4 (23). С. 86–90.

7. Pelosi M., Ivantysynova M. A Geometric Multigrid Solver for the Piston–Cylinder Interface of Axial Piston Machines // Tribology Transactions. 2012. № 55 (2). DOI: 10.1080/10402004.2011.639049

8. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Издательство «Наука» – Сибирское отделение, 1967.

Поступила 15.07.19

Кузьмин Антон Олегович – инженер-конструктор 1-й категории АО «Конструкторское бюро специального машиностроения», г. Санкт-Петербург.

Область научных интересов: машиностроение, гидропривод, гидравлические машины, гидродинамика.

Стажков Сергей Михайлович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Системы приводов, мехатроника и робототехника» БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова, г. Санкт-Петербург.

Область научных интересов: мехатроника, робототехника, машиностроение, гидропривод, гидравлические машины.

Тарасова Наталья Вячеславовна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Высшая математика» БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова, г. Санкт-Петербург.

Область научных интересов: аэродинамика, гидродинамика, численные методы решения задач математической физики.

Валиков Петр Иванович – начальник научно-производственного комплекса ОАО «Всероссийский научно-исследовательский институт «Сигнал», г. Ковров.

Область научных интересов: машиностроение, гидропривод, следящий гидравлический привод.



Fractional step method in problems of hydromechanical processes in piston-cylinder unit of axial piston swash plate hydraulic machines

Having analyzed the piston-cylinder unit kinematics, we obtained an equation for the clearance height in the piston-cylinder unit for the case of low speeds, the equation being the basis for Reynolds equation for the lubricant layer of the piston mechanism. By a numerical experiment using the fractional step method, we built a pressure field for two different cases of the piston mechanism kinematics, and compared the bearing capacity of the hydrodynamic force. It was revealed analytically and with the help of a numerical experiment that when the piston rolls in the edges of the guide bushing, the total hydrodynamic force significantly exceeds the force created when the piston slides in the bushing.

Keywords: hydraulic machine, dynamic response, swash plate pump, fluid friction.

Kuzmin Anton Olegovich – first category Design Engineer, Design Bureau of Special Engineering, Joint Stock Company, Saint Petersburg.

Science research interests: mechanical engineering, hydraulic drive, hydraulic machines, hydrodynamics.

Stazhkov Sergey Mikhailovich – Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of the Department of Drive Systems, Mechatronics and Robotics, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D. F. Ustinov, Saint Petersburg.

Science research interests: mechatronics, robotics, mechanical engineering, hydraulic drive, hydraulic machines.

Tarasova Natalya Vyacheslavovna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D. F. Ustinov, Saint Petersburg.

Science research interests: aerodynamics, hydrodynamics, numerical methods for solving problems of mathematical physics.

Valikov Petr Ivanovich – Head of the Research and Production Complex, All-Russian Scientific Research Institute Signal, Joint Stock Company, Kovrov.

Science research interests: mechanical engineering, hydraulic drive, servo hydraulic drive.