<https://doi.org/10.38013/2542-0542-2021-1-22-41>

УДК 621.396.96

Методы оценки и исследование зависимости точности целеуказания бортовому локатору ракеты от ошибок определения координат цели и ракеты наземным локатором

П. А. Созинов, Б. Н. Горевич

Акционерное общество «Концерн ВКО «Алмаз – Антей», Москва, Российская Федерация

Показано наличие зависимости точности целеуказания бортовому локатору, выдаваемого наземной РЛС на основании измеряемых ею координат цели и ракеты, от относительного положения ракеты (относительно РЛС и цели).

Предложены методы, позволяющие имитационным и расчетным способами оценить точность целеуказания по углу наблюдения, дальности и скорости цели при известных ошибках измерения наземным локатором координат цели и ракеты с учетом относительного положения ракеты.

Исследовано влияние ошибок измерения координат цели и ракеты и относительного положения ракеты на точность целеуказания. Сформулирована задача поиска оптимальной траектории наведения ракеты на цель при совместном учете ошибок целеуказания бортовому локатору и других влияющих факторов.

Ключевые слова: радиолокационная станция (РЛС), зенитная управляемая ракета (ЗУР), бортовой локатор, ошибки определения координат

Для цитирования: Созинов П. А., Горевич Б. Н. Методы оценки и исследование зависимости точности целеуказания бортовому локатору ракеты от ошибок определения координат цели и ракеты наземным локатором // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2021. № 1. С. 22–41. <https://doi.org/10.38013/2542-0542-2021-1-22-41>

For citation: Sozinov P. A., Gorevich B. N. Dependence between the accuracy of target designation to an onboard missile radar station and errors related to determination of the target and missile coordinates by a ground radar system // Vestnik Koncerna VKO “Almaz – Antey”. 2021. No. 1. P. 22–41. <https://doi.org/10.38013/2542-0542-2021-1-22-41>

Поступила 20.10.2020 Отрецензирована 18.11.2020 Одобрена 20.01.2021 Опубликована 17.02.2021

Введение. Постановка задачи

Общая характеристика проблемы. В настоящее время решается задача обновления системы зенитного ракетного вооружения войсковой ПВО. Возможные принципы построения и некоторые аспекты создания новой системы вооружения описаны в [1, 2]. Среди основных причин, требующих обновления вооружения, выделяются появление новых типов целей – баллистических ракет средней дальности (цели – боеголовки ракет), а также существенное усложнение фоно-целевой обстановки,

в которой должны функционировать образцы вооружения.

Для обеспечения поражения боеголовок ракет (представляющих собой высокоскоростные малоразмерные цели), в том числе за счет их кинетического перехвата в условиях применения мер противодействия (ложных целей и помех), к вооружению предъявляются высокие требования – прежде всего по точности наведения ЗУР и селекции цели бортовым локатором. Для выполнения этих требований, учитывая небольшой мидель ракеты, бортовой локатор должен работать в миллиметровом или оптическом диапазоне волн. При этом вследствие высокой динамики процесса

© Созинов П. А., Горевич Б. Н., 2021

перехвата и отсутствия времени на поиск цели локатор должен осуществлять гарантированный (беспоисковый) захват цели по угловым координатам, что достаточно проблематично ввиду узкого поля зрения в выбранном диапазоне волн. Кроме этого, с учетом возможности применения противником мер противодействия, бортовой радиолокатор должен обладать высокой селективностью по дальности и скорости (частоте Доплера), при этом точность целеуказания ему должна обеспечивать высокие требования по селективности.

В связи с повышением требований к создаваемому вооружению возникает ряд задач, которые ранее, при работе в более длинноволновых диапазонах и при меньшей степени противодействия противника, не имели столь большой значимости. К ним относятся:

- определение потребной точности координатной поддержки бортового локатора наземным локатором для обеспечения гарантированного захвата цели по углу и высокоточной селекции цели по дальности и скорости в условиях противодействия обнаружению цели;
- определение наличия и оценка степени зависимости точности целеуказания (ЦУ) от относительного положения ракеты (относительно РЛС и цели);
- определение предпочтительной (рациональной) траектории движения ЗУР при наличии зависимости точности ЦУ от относительного положения ракеты;
- обеспечение компромисса между ошибками целеуказания по углам, дальности и скорости в процессе наведения ракеты с учетом взаимной зависимости этих ошибок и др.

Постановка задачи. Рассматривается процесс наведения ЗУР на цель. На начальном этапе полета ракеты ее наведение осуществляется по данным наземной РЛС, сопровождающей ракету и цель, при этом для оценки местоположения ракеты возможно также использование данных бортовой инерциальной навигационной системы (БРИНС). При приближении ракеты к цели на некотором расстоянии от нее включается бортовой локатор. Дальность включения локатора определяется его потенциалом применительно к конкретной цели и условиями функционирования.

Определяющими условиями функционирования являются наличие радиоэлектронных помех и ложных целей. Бортовой локатор должен захватить цель на автосопровождение (АС) и осуществлять ее сопровождение в процессе дальнейшего высокоточного наведения на цель.

Для обеспечения захвата бортовым локатором цели на АС на основе измеренных наземным радиолокатором координат цели и ракеты вырабатывается информация целеуказания (с учетом данных БРИНС) в виде относительных координат цели (угловых координат, дальности и скорости), рассчитанных относительно текущего положения ракеты. *Точность целеуказания характеризуется ошибками оценок относительных координат цели (их среднеквадратичными отклонениями (СКО) от истинных значений).*

Далее показано, что относительные координаты цели определяются с ошибками, зависящими как от ошибок измерения координат цели и ракеты (с учетом данных БРИНС), так и от относительного положения ракеты.

При создании системы наведения ракеты для *гарантированного* захвата цели по угловым координатам и высокоточной селекции принимаемого локатором сигнала цели по дальности и скорости (частоте Доплера) необходимо оценивать степень зависимости точности ЦУ от относительного положения ракеты. В связи с этим ставится задача разработки методов и оценки точности целеуказания бортовому локатору в зависимости от ошибок оценки координат цели и ракеты наземным локатором и от относительного положения ракеты (относительно РЛС и цели).

Результаты таких исследований в конечном счете могут использоваться для определения рациональной траектории вывода ракеты в точку захвата цели.

1. Физический смысл ошибок целеуказания и расчет координат целеуказания

1.1. Физический смысл ошибок целеуказания

Для пояснения сущности задачи и содержания поставленных выше вопросов рассмотрим физический смысл ошибок целеуказания

бортовому локатору применительно к целеуказанию по углу и дальности в вертикальной плоскости. Поясняющая схема приведена на рисунке 1.

Вследствие наличия ошибок измерения наземным локатором угловых координат и дальности цели и ракеты, положения цели и ракеты относительно РЛС характеризуются эллипсами рассеивания оценок их координат (если быть точнее, что важно для последующих детальных исследований, – эллипсообразными дугами рассеивания). Соответственно, целеуказание локатору, формируемое на основе координат цели и ракеты, измеренных с ошибками, также имеет ошибку, обусловленную как ошибками измерения локатором координат

ракеты и цели, так и переносом точки отсчета координат цели из точки стояния РЛС в точку нахождения ракеты, и, в связи с этим, относительным положением ракеты.

Для наглядности демонстрации сущности ошибок целеуказания на рисунке 1 показаны два предельных случая местоположения ракеты при ее наведении навстречу цели: случай а) – когда ракета находится на линии «РЛС – цель», и случай в) – ракета находится на линии, ортогональной линии «РЛС – цель». Другие возможные варианты нахождения ракеты при наведении ее на приближающуюся цель лежат в основном между двумя указанными линиями. Для примера приведена точка б), характеризующая такой промежуточный вариант положения ракеты. Все три положения ЗУР показаны на рисунке 1 равноудаленными от цели, что будет использоваться в дальнейшем при оценке ошибок целеуказания локатору.

Ошибка целеуказания локатору по дальности статистически определяется разбросом расстояний между отдельными точками дуги рассеивания оценок координат ракеты и точками дуги рассеивания оценок координат цели, а ошибка целеуказания по углу – разбросом угловых направлений между точками дуг рассеивания относительно среднего.

Расстояния между отдельными точками дуг рассеивания на рисунке 1 показаны оранжевыми отрезками (они отражают возможные направления оси поля зрения локатора на момент начала захвата цели на АС). Ошибка ЦУ по дальности определяется разбросом длин этих отрезков, ошибка ЦУ по углу – разбросом их угловых направлений.

Как следует из рисунка, при одинаковой точности измерения координат ракеты и цели для случаев а) и в) ошибка ЦУ по дальности в случае а) будет меньше, чем в случае в), ввиду меньшего разброса расстояний между точками дуг рассеивания координат ракеты и цели. Напротив, ввиду растянутого по углу вида дуг рассеивания целеуказание по углу при нахождении ракеты в положении в) значительно точнее, чем в положении а) (ширина пучка оранжевых отрезков к цели из положения ракеты в) существенно меньше, чем из положения а)).

Рис. 1. Дуги рассеивания оценок координат ЗУР (синий цвет) и цели (красный цвет) и связи отдельных точек дуг рассеивания (оранжевый цвет). Показаны три положения ЗУР – а), б), в). Дуги рассеивания являются результатом статистического моделирования нормально распределенных координат цели и ракеты: количество модельных повторений $n_m = 1000$ при СКО оценок дальности и угла цели и ракеты соответственно: $\sigma_{R_{ц}} = 200$ м, $\sigma_{R_p} = 40$ м, $\sigma_{\varepsilon_{ц}} = 2^\circ$, $\sigma_{\varepsilon_p} = 0,8^\circ$. (Для наглядности СКО координат завышены по сравнению с реально возможными. СКО координат ракеты меньше СКО координат цели с учетом использования информации БрИНС.) Пунктирными линиями показаны границы угловых диапазонов $\pm 3\sigma_{\varepsilon_{ц}}$, $\pm 3\sigma_{\varepsilon_p}$ для цели и двух положений ракеты – а) и в)

Для других вариантов расположения ракеты и цели ошибки целеуказания бортовому локатору также будут зависеть как от ошибок измерения координат цели и ракеты, так и от относительного положения ракеты, при этом значения ошибки целеуказания по дальности и углу ориентировочно будут находиться в пределах, соответствующих рассмотренным на рисунке 1 случаям а) и в).

Приведенное описание физического смысла ошибок целеуказания с использованием двухмерной схемы, представленной на рисунке 1, справедливо и для трехмерного случая с использованием трехмерных дуг (эллипсоидов) рассеивания координат цели и ракеты. В трехмерном случае ошибки ЦУ также зависят как от ошибок измерения координат цели и ракеты, так и от относительного положения ракеты, и характер этой зависимости по каждому из углов и дальности аналогичен двухмерному случаю. В связи с этим далее рассматривается двухмерный случай.

1.2. Расчет координат целеуказания

Целеуказание бортовому локатору является результатом пересчета координат цели и ракеты из системы координат РЛС в систему координат ракеты. При этом ошибки целеуказания определяются видом эллипсов рассеивания координат цели и ракеты и их взаимной ориентацией.

В реализованных на практике системах наведения ракеты на цель для выработки

целеуказания осуществляется многократное преобразование координат. Наземная РЛС, как правило, измеряет координаты цели и ракеты в сферической или биконической системе координат, наведение ракеты осуществляется в скоростной системе координат, а бортовой локатор работает в собственной антенной системе координат [3]. Такая особенность выработки целеуказания определяется особенностями реализуемых способов физического измерения координат на борту ракеты.

Для исследования собственно сущности ошибок целеуказания рассмотрим простейший случай формирования целеуказания с пересчетом координат цели из сферической системы координат РЛС непосредственно в сферическую систему координат бортового локатора, считая этот способ формирования координат эквивалентным многократному преобразованию координат.

Схема связей координат РЛС, цели и ракеты на момент захвата цели на АС приведена на рисунке 2.

Положение всех объектов рассматривается в прямоугольной системе координат xOy с началом в точке O размещения РЛС.

РЛС измеряет сферические координаты цели и ракеты – их дальности $R_{ц}$, R_p , отсчитываемые от точки стояния РЛС, и углы места $\varepsilon_{ц}$, ε_p , отсчитываемые относительно оси Ox , направленной горизонтально. На их основе рассчитываются сферические координаты целеуказания: дальность ракета – цель $R_{p-ц}$,

Рис. 2. Схема связей координат РЛС, цели и ракеты на момент захвата цели на АС

отсчитываемая от точки нахождения ракеты, и угол места ракета – цель $\varepsilon_{p-ц}$, отсчитываемый относительно горизонта.

Координаты цели и ракеты определяются с ошибками, которые характеризуются СКО соответствующих координат от своих истинных значений $\sigma_{R_{ц}}$, σ_{R_p} , $\sigma_{\varepsilon_{ц}}$, σ_{ε_p} . Заметим, что ошибки определения координат ракеты (СКО σ_{R_p} , σ_{ε_p}) могут быть существенно меньше ошибок определения координат цели (СКО $\sigma_{R_{ц}}$, $\sigma_{\varepsilon_{ц}}$) вследствие учета информации БРИНС, а также ввиду использования при локации ракеты активного ответа.

Таким образом, положение ракеты и цели характеризуется случайными векторами дальностей цели $R_{ц}$ и ракеты R_p с известными значениями СКО их сферических координат. Решаемая задача оценки точности целеуказания при этом состоит в оценке СКО сферических координат вектора целеуказания $R_{p-ц}$, который является разностью указанных векторов

$$R_{p-ц} = R_{ц} - R_p. \quad (1)$$

Сферические координаты вектора целеуказания $R_{p-ц}$ определяются по формулам

$$R_{p-ц} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = \sqrt{R_{ц}^2 + R_p^2 - 2R_{ц}R_p \cos(\varepsilon_{ц} - \varepsilon_p)}, \quad (2)$$

$$\varepsilon_{p-ц} = \arcsin \frac{\Delta Y}{R_{p-ц}}, \quad (3)$$

где $\Delta X = X_{ц} - X_p$, $\Delta Y = Y_{ц} - Y_p$ – проекции разностей координат цели и ракеты на оси Ox , Oy ; $X_{ц} = R_{ц} \cos \varepsilon_{ц}$, $X_p = R_p \cos \varepsilon_p$, $Y_{ц} = R_{ц} \sin \varepsilon_{ц}$, $Y_p = R_p \sin \varepsilon_p$.

Учитывая, что локатор ракеты работает в сферической системе координат с началом в точке нахождения ЗУР, требуется на основе известных параметров $\sigma_{R_{ц}}$, σ_{R_p} , $\sigma_{\varepsilon_{ц}}$, σ_{ε_p} векторов $R_{ц}$ и R_p найти СКО сферических координат целеуказания $\sigma_{R_{p-ц}}$, $\sigma_{\varepsilon_{p-ц}}$.

Для выполнения дальнейших построений приведем также формулы вычисления некоторых промежуточных величин – углов, представленных на рисунке 2.

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_p - \varepsilon_{ц}, \alpha = \varepsilon_{ц} - \varepsilon_{p-ц}, \gamma = \pi - \Delta \varepsilon - \alpha, \quad (4)$$

и дальности ракеты, вычисляемой с учетом этих углов

$$R_p = \frac{R_{ц} \sin \alpha}{\sin \gamma}. \quad (5)$$

2. Методы оценки точности целеуказания

2.1. Оценка точности целеуказания

методом статистического моделирования

Метод заключается в многократном (общем случае n_m раз) выполнении на ЭВМ численных опытов, имитирующих определение (измерение) случайных координат цели и ракеты $R_{ц}$, R_p , $\varepsilon_{ц}$, ε_p с заданными законами распределения, вычисление в каждом опыте по формулам (2), (3) координат целеуказания, формировании таким образом выборки значений случайных величин $R_{p-ц}$, $\varepsilon_{p-ц}$ объема n_m и расчете на основе этой выборки известными методами математической статистики значений СКО $\sigma_{R_{p-ц}}$, $\sigma_{\varepsilon_{p-ц}}$.

Для анализа влияния на величину СКО $\sigma_{R_{p-ц}}$, $\sigma_{\varepsilon_{p-ц}}$ точности определения координат цели и ракеты и относительного положения ракеты, выполним практические расчеты с использованием метода статистического моделирования.

Положим, что оценки координат цели и ракеты, полученные локатором (для ракеты, в том числе с учетом данных БРИНС), распределены нормально и известны их математические ожидания $R_{ц}$, R_p , $\varepsilon_{ц}$, ε_p и СКО $\sigma_{R_{ц}}$, σ_{R_p} , $\sigma_{\varepsilon_{ц}}$, σ_{ε_p} . Рассмотрим случай положения цели, представленный на рисунке 1: $X_{ц} = 30$ км, $Y_{ц} = 60$ км, ($R_{ц} \approx 67,1$ км), $\varepsilon_{ц} = 63,4^\circ$.

Пусть точность оценки координат цели характеризуется величинами $\sigma_{R_{ц}} = 0,5$ м, $\sigma_{\varepsilon_{ц}} = 0,05^\circ$. Предположим, что захват локатором данной цели на АС (с учетом потенциала локатора) возможен на расстоянии $R_{p-ц} = 14$ км.

Рассмотрим (в соответствии с рисунком 1) три положения ракеты на момент получения целеуказания для захвата цели на АС на расстоянии 14 км:

а) Ракета находится на линии «РЛС – цель» ($\alpha = 0^\circ$):

$\varepsilon_p = \varepsilon_{ц}$, $\Delta \varepsilon = 0^\circ$, $R_p = R_{ц} - R_{p-ц} \approx 53,1$ км $\approx 0,8 R_{ц}$, $X_p \approx 23,7$ км, $Y_p \approx 47,5$ км;

б) Ракета находится в промежуточном положении ($\alpha \approx 22,2^\circ$):

$\varepsilon_p \approx 69^\circ$, $\Delta \varepsilon \approx 5,58^\circ$, $R_p \approx 54,4$ км, $X_p \approx 19,5$ км, $Y_p \approx 50,7$ км;

Таблица 1

Результаты оценки точности целеуказания для различных вариантов исходных данных по ракете методом статистического моделирования при $n_m = 10\,000$

Точность оценки координат ЗУР	Положение ЗУР	Точность целеуказания	
		$\sigma_{R_{p-ц}}$, м	$\sigma_{\epsilon_{p-ц}}$, град
$\sigma_{R_p} = 0,5$ м, $\sigma_{\epsilon_p} = 0,05^\circ$	а)	0,759	0,3030
	б)	31,309	0,2807
	в)	83,390	0,0490
$\sigma_{R_p} = 0$ м, $\sigma_{\epsilon_p} = 0^\circ$	а)	0,517	0,2400
	б)	22,100	0,2212
	в)	58,380	0,0021

в) Ракета находится на линии, ортогональной линии «РЛС – цель» ($\alpha = 90^\circ$):
 $\epsilon_p \approx 75,2^\circ$, $\Delta\epsilon \approx 11,8^\circ$, $R_p \approx 68,5$ км, $X_p \approx 17,5$ км,
 $Y_p \approx 66,3$ км.

Для каждого положения ракеты используем два варианта точности оценки ее координат:

1) величины СКО оценок координат ракеты такие же, как для цели: $\sigma_{R_p} = 0,5$ м, $\sigma_{\epsilon_p} = 0,05^\circ$;

2) ошибки определения положения ракеты пренебрежимо малы, $\sigma_{R_p} = 0$ м, $\sigma_{\epsilon_p} = 0^\circ$.

Для обеспечения высокой точности оценок выполним большое количество численных опытов, равное $n_m = 10\,000$.

Результаты оценки точности целеуказания в соответствии с описанным выше методом статистического моделирования для различных вариантов исходных данных приведены в таблице 1.

Как видно из таблицы, точность целеуказания существенно зависит как от ошибок оценки координат цели и ракеты, так и от относительного положения ракеты.

Расчеты подтвердили описанную выше физику ошибок целеуказания – СКО дальности

целеуказания $\sigma_{R_{p-ц}}$ растет по мере увеличения углов $\Delta\epsilon$, α , характеризующих относительное положение ракеты; СКО угла целеуказания $\sigma_{\epsilon_{p-ц}}$ при этом, напротив, уменьшается.

Моделирование показывает, что случайные координаты целеуказания $R_{p-ц}$, $\epsilon_{p-ц}$, рассчитанные по формулам (2), (3) на основе нормально распределенных координат ракеты и цели, имеют законы распределения близкие к нормальному. На рисунке 3 в качестве примера приведены гистограммы величин $R_{p-ц}$, $\epsilon_{p-ц}$ для промежуточного положения ЗУР (вариант б). Здесь же показаны графики плотности нормального распределения, имеющие такие же значения среднего и СКО, как и полученные гистограммы. Из рисунка видно хорошее согласование гистограмм с графиком плотности нормального закона распределения.

2.2. Аналитическая оценка точности целеуказания

Метод статистического моделирования является более точным по сравнению с методом аналитической оценки ошибок целеуказания (при достаточном количестве экспериментов), однако аналитический метод при приемлемой

а

б

Рис. 3. Гистограммы случайных величин $R_{p-ц}$, $\epsilon_{p-ц}$ для положения б) ракеты и графики плотности нормального распределения (штриховая линия). Расчеты выполнены для $\sigma_{R_p} = 0,5$ м, $\sigma_{\epsilon_p} = 0,05^\circ$, $n_m = 10\,000$

точности позволяет сократить время вычислений, а главное, он позволяет получить функциональные зависимости показателей точности целеуказания от ошибок измерения координат с учетом относительного положения ракеты.

Аналитическую оценку точности целеуказания построим на основе известного в теории вероятностей метода линеаризации функции случайных аргументов [4]. Метод не требует знания законов распределений аргументов. В соответствии с методом функцию случайных аргументов следует разложить в ряд Тейлора в области значений

математических ожиданий аргументов – второй член ряда определит дисперсию исходной функции. В случае если статистические и аналитические оценки дисперсии функции сильно расходятся, для повышения точности оценки рекомендуется дополнительно использовать третий член ряда [4].

В нашем случае линеаризации подлежат функции $R_{p-ц}$, $\varepsilon_{p-ц}$ (формулы (2), (3)) случайных аргументов $R_{ц}$, R_p , $\varepsilon_{ц}$, ε_p с известными СКО.

Согласно методу, дисперсия целеуказания по дальности $R_{p-ц}$ (формула (2)) в общем виде определяется формулой

$$\sigma_{R_{p-ц}}^2 = \left(\frac{\partial R_{p-ц}}{\partial R_{ц}} \right)^2 \sigma_{R_{ц}}^2 + \left(\frac{\partial R_{p-ц}}{\partial R_p} \right)^2 \sigma_{R_p}^2 + \left(\frac{\partial R_{p-ц}}{\partial \varepsilon_{ц}} \right)^2 \sigma_{\varepsilon_{ц}}^2 + \left(\frac{\partial R_{p-ц}}{\partial \varepsilon_p} \right)^2 \sigma_{\varepsilon_p}^2.$$

Выполняя дифференцирование и упрощая, получим в явном виде:

$$\sigma_{R_{p-ц}}^2 = \frac{(R_{ц} - R_p \cos(\Delta\varepsilon))^2 \sigma_{R_{ц}}^2 + (R_p - R_{ц} \cos(\Delta\varepsilon))^2 \sigma_{R_p}^2 + (R_{ц} R_p \sin(\Delta\varepsilon))^2 (\sigma_{\varepsilon_p}^2 + \sigma_{\varepsilon_{ц}}^2)}{R_{p-ц}^2}. \quad (6)$$

Аналогично: дисперсия целеуказания по углу $\varepsilon_{p-ц}$ (формула (3)) имеет общий вид:

$$\sigma_{\varepsilon_{p-ц}}^2 = \left(\frac{\partial \varepsilon_{p-ц}}{\partial R_{ц}} \right)^2 \sigma_{R_{ц}}^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_{p-ц}}{\partial R_p} \right)^2 \sigma_{R_p}^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_{p-ц}}{\partial \varepsilon_{ц}} \right)^2 \sigma_{\varepsilon_{ц}}^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_{p-ц}}{\partial \varepsilon_p} \right)^2 \sigma_{\varepsilon_p}^2.$$

Дифференцируя, получаем в явном виде:

$$\sigma_{\varepsilon_{p-ц}}^2 = \frac{(R_p \sin(\Delta\varepsilon))^2 \sigma_{R_{ц}}^2}{R_{p-ц}^4} + \frac{(R_{ц} \sin(\Delta\varepsilon))^2 \sigma_{R_p}^2}{R_{p-ц}^4} + \left(\frac{R_{ц} \sin \varepsilon_{ц}}{\Delta Y} - \frac{R_{ц} R_p \Delta X \sin(\Delta\varepsilon)}{\Delta Y R_{p-ц}^2} \right)^2 \sigma_{\varepsilon_{ц}}^2 + \left(\frac{R_p (R_{p-ц}^2 \sin \varepsilon_p - R_{ц} \Delta X \sin(\Delta\varepsilon))}{\Delta Y R_{p-ц}^2} \right)^2 \sigma_{\varepsilon_p}^2. \quad (7)$$

С использованием полученных формул (6), (7) выполнены расчеты оценки точности углового целеуказания для исходных данных расчетов, выполненных в п. 2.1.

Результаты приведены в таблице 2. Здесь же приведены значения отклонений от результатов, полученных в п. 2.1 методом статистического моделирования.

Таблица 2

Результаты оценки точности целеуказания аналитическим методом для различных вариантов исходных данных по ракете

Точность оценки координат ЗУР	Положение ЗУР	Точность целеуказания			
		$\sigma_{R_{p-ц}}$, м	отклонение, %	$\sigma_{\varepsilon_{p-ц}}$, град	отклонение, %
$\sigma_{R_p} = 0,5$ м, $\sigma_{\varepsilon_p} = 0,05^\circ$	а)	0,707	-6,80	0,3050	0,78
	б)	31,310	0,003	0,2805	-0,07
	в)	82,780	-0,73	0,0500	0,24
$\sigma_{R_p} = 0$ м, $\sigma_{\varepsilon_p} = 0^\circ$	а)	0,500	-3,30	0,2390	-0,86
	б)	22,140	0,23	0,2218	0,26
	в)	58,540	0,27	0,0020	-0,66

Проведенные расчеты показывают хорошую согласованность статистического и аналитического моделирования, что позволяет считать метод линеаризации приемлемым для оценки точности целеуказания.

2.3. Вероятности селекции и захвата цели локатором

Вероятность селекции цели бортовым локатором по каждой из координат целеуказания определим на основе получаемых оценок СКО этих координат в предположении их нормального распределения (приемлемость предположения подтверждена выше результатами статистического моделирования).

Обозначим в общем случае X – случайную координату целеуказания (угловое направление цели $\varepsilon_{p-ц}$, ее дальность $R_{p-ц}$ или скорость $V_{p-ц}$). Известны математическое ожидание μ и СКО σ величины X (для координат $R_{p-ц}$ и $\varepsilon_{p-ц}$ математические ожидания определяются соответственно по формулам (2), (3), а СКО – одним из приведенных выше методов. Для скорости $V_{p-ц}$ формулы (14), (15) вычисления математического ожидания и СКО обоснованы ниже).

Вероятность попадания значений X в интервал $\mu \pm l$ (вероятность селекции цели в указанном диапазоне) определяется по формуле [4]:

$$P(|X - \mu| < l) = 2\Phi(l/\sigma), \quad (8)$$

где $\Phi(x)$ – функция Лапласа.

Возможность гарантированной селекции цели и гарантированного захвата цели на АС будем оценивать с помощью критерия «3 σ »:

$$P(|X - \mu| < 3\sigma) > 0,9973.$$

Критерий «3 σ » позволяет определить минимальную ширину зоны селекции по координате X исходя из ошибок целеуказания: если ложные цели имеют параметры, выходящие из зоны $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$, то цель гарантированно выделяется.

Одновременно критерий «3 σ » определяет возможность беспойскового захвата цели: цель может быть гарантированно захвачена на АС по координате X без допояска, если величина зоны захвата перекрывает диапазон $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$.

Так, если поле зрения оптического локатора равно $\Delta\theta = 2^\circ$, то исходя из соотношения

$$3\sigma_{\varepsilon p-ц} < \Delta\theta/2, \quad (9)$$

величина СКО $\sigma_{\varepsilon p-ц}$ должна быть менее 1/3 град.

Условие (9) выполняется для всех представленных в таблицах 1 и 2 исходных данных по ракете, однако степень его выполнения существенно зависит от относительного положения ЗУР и от значений СКО $\sigma_{\varepsilon p-ц}$. Если ЗУР находится на линии РЛС – цель, то уже при незначительном увеличении ошибок измерения координат по сравнению с представленными в таблицах 1 и 2 РЛС не сможет обеспечить необходимую точность целеуказания для гарантированного захвата оптическим локатором цели по углу. Фактически же влияние опущенных в настоящем исследовании некоторых факторов, таких как, например, инструментальные ошибки углового ориентирования бортового локатора, может привести к невозможности гарантированного захвата цели.

Исследуем влияние относительного положения ракеты и ошибок оценки координат цели и ракеты на точность целеуказания.

3. Исследование угловой ошибки целеуказания

Исследование выполним аналитическим методом и методом статистического моделирования.

Для выяснения физики формирования ошибки целеуказания и ее зависимости от относительного положения ракеты рассмотрим вначале два введенных ранее крайних положения ракеты: ЗУР находится на линии РЛС – цель и ЗУР находится на нормали к этой линии и два случая: когда положение ракеты известно точно и когда положение ракеты определяется с ошибками.

3.1. ЗУР находится на линии РЛС – цель

Для случая, когда положение ракеты известно точно ($\sigma_{Rp} = 0$ м, $\sigma_{\varepsilon p} = 0^\circ$), с учетом того, что $\Delta\varepsilon = 0^\circ$, $\alpha = 0^\circ$, из формулы (7) получаем выражение для величины ошибки углового целеуказания:

$$\sigma_{\varepsilon p-ц} = \frac{R_{ц}}{R_{p-ц}} \sigma_{\varepsilon ц}. \quad (10)$$

Полученная формула соответствует физическому смыслу угловой ошибки целеуказания, а именно (см. рис. 4а): длина дуги рассеивания координат цели в пределах угла наблюдения, ограниченного значениями $\pm\sigma_{\text{ец}}$, равна $2\sigma_{\text{ец}}R_{\text{ц}}$; бортовой локатор ракеты, находящейся на линии РЛС – цель на дальности от цели $R_{\text{р-ц}}$, получает координаты цели с угловыми ошибками целеуказания $\sigma_{\text{ер-ц}}$. Тогда справедливо равенство

$$2\sigma_{\text{ер-ц}}R_{\text{р-ц}} = 2\sigma_{\text{ец}}R_{\text{ц}},$$

откуда следует (10).

Из формулы (10) следует, что при нахождении ракеты на линии РЛС – цель ошибка углового целеуказания пропорциональна отношению дальностей до цели от РЛС и от ракеты. Чем ближе к цели бортовой локатор получает информацию целеуказания для захвата цели на АС по углу, тем меньше точность этой информации. И чем на большей дальности $R_{\text{ц}}$ осуществляется обстрел цели, тем меньше точность информации целеуказания. При этом также дополнительно нужно учитывать, что величина ошибки локатора $\sigma_{\text{ец}}$ в общем случае возрастает с увеличением дальности до цели $R_{\text{ц}}$ ввиду снижения отношения сигнал/шум на входе приемника РЛС.

Если бортовой локатор имеет малое поле зрения $\Delta\theta$, не позволяющее осуществить гарантированный захват цели, необходимо увеличить потенциал локатора и осуществлять захват с больших дальностей $R_{\text{р-ц}}$ и при меньших дальностях $R_{\text{ц}}$.

При оценке возможности гарантированного захвата в соответствии с критерием « 3σ » в формуле (10), соответственно, следует использовать значение $3\sigma_{\text{ец}}$.

На рисунке 5 приведены графики, рассчитанные по формуле (10), иллюстрирующие возможность гарантированного захвата цели по углу по критерию « 3σ » в зависимости от дальностей цели до РЛС $R_{\text{ц}}$ и до локатора $R_{\text{р-ц}}$.

Из рисунка следует, что если поле зрения оптического локатора равно $\Delta\theta = 2^\circ$, то исходя из соотношения (9) гарантированный захват цели, находящейся на расстоянии от локатора $R_{\text{ц}} = 70$ км, обеспечивается при расстоянии между локатором и целью $R_{\text{р-ц}}$ не менее 10 км (если позволяет потенциал локатора), а для $R_{\text{ц}} = 140$ км – при $R_{\text{р-ц}} > 20$ км.

Для случая, когда положение ракеты определяется с ошибками, из формулы (7) получаем следующее выражение для дисперсии угла целеуказания:

Рис. 4. Формирование угловой ошибки целеуказания при нахождении ракеты на линии РЛС – цель для случаев а) достоверно известного положения ракеты и б) когда положение ракеты известно с ошибками. Показаны дуги рассеивания оценок координат ракеты (синий цвет) и цели (красный цвет) и связи отдельных точек дуг рассеивания (оранжевый цвет)

Рис. 5. Ошибки углового целеуказания при $\sigma_{\text{ер}} = 0^\circ$ для $\Delta\varepsilon = 0^\circ$, $\alpha = 0^\circ$, $\sigma_{\text{ец}} = 3 \times 0,05^\circ$ и двух расстояний до цели: — $R_{\text{ц1}} = 70$ км и — $R_{\text{ц2}} = 140$ км

Рис. 6. Ошибки углового целеуказания при $\sigma_{\text{ер}} = 3 \times 0,05^\circ$ и прочих данных из рисунка 5

$$\sigma_{\text{ер-ц}}^2 = \left(\frac{R_{\text{ц}}}{R_{\text{р-ц}}} \right)^2 \sigma_{\text{ец}}^2 + \left(\frac{R_{\text{р}}}{R_{\text{р-ц}}} \right)^2 \sigma_{\text{ер}}^2. \quad (11)$$

$$\sigma_{\text{ер-ц}} = \frac{\sigma_{R_{\text{ц}}}}{R_{\text{р-ц}}}. \quad (12)$$

Физический смысл полученной формулы поясняет рис. 4б). Фактически формула характеризует среднее угловое отклонение от направления на цель, отрезка, имеющего случайные положения своих концов, блуждающих в пределах дуг рассеивания координат цели и ракеты (реализации отрезка показаны оранжевым цветом).

Заметим, что формула (10) является частным случаем формулы (11).

На рисунке 6 приведены графики дальности гарантированного углового захвата цели на АС, рассчитанные в соответствии с (11) с использованием рассмотренных ранее исходных данных.

3.2. ЗУР находится на линии, ортогональной линии РЛС – цель

Для этого случая угол $\alpha = 90^\circ$, угол $\Delta\varepsilon$ и дальность ракеты $R_{\text{р}}$ определяются исходя из соотношений (4), (5).

Если положение ракеты известно точно ($\sigma_{R_{\text{р}}} = 0$ м, $\sigma_{\text{ер}} = 0^\circ$), из формулы (7) получаем величину ошибки углового целеуказания:

Физический смысл формулы (12) поясняет рисунок 7а: разброс измерений локатором дальности цели, характеризуемый величиной $\sigma_{R_{\text{ц}}}$, находится в секторе наблюдения локатора, равном $2\sigma_{\text{ер-ц}}R_{\text{р-ц}}$, то есть $2\sigma_{R_{\text{ц}}} = 2\sigma_{\text{ер-ц}}R_{\text{р-ц}}$. Отсюда следует формула (12).

Сравнивая формулы (10) и (12) для оценки ошибок углового целеуказания при разных относительных положениях ракеты, видим, что в силу того, что для локаторов всегда выполняется $\sigma_{\text{ец}}R_{\text{ц}} > \sigma_{R_{\text{ц}}}$ (угловое кросс-разрешение всегда хуже разрешения по дальности), при одном и том же расстоянии $R_{\text{р-ц}}$ целеуказание для ракеты, находящейся на линии РЛС – цель, всегда менее точно, чем целеуказание при нахождении ракеты на ортогональной линии.

Для случая, когда положение ракеты определяется с ошибками, из формулы (7) получаем выражение для дисперсии угла целеуказания:

$$\sigma_{\text{ер-ц}}^2 = \frac{\sigma_{R_{\text{ц}}}^2}{R_{\text{р-ц}}^2} + \left(\frac{\cos(\Delta\varepsilon)}{R_{\text{р-ц}}} \right)^2 \sigma_{R_{\text{р}}}^2 + \sigma_{\text{ер}}^2. \quad (13)$$

Рис. 7. Формирование угловой ошибки целеуказания при нахождении ракеты на линии, ортогональной линии РЛС – цель для случаев а) достоверно известного положения ракеты и б) когда положение ракеты известно с ошибками. Цвет дуг рассеивания оценок координат ракеты и цели соответствует рисунку 4

Вид полученной формулы определяется формой эллипсообразных дуг рассеивания оценок координат и их взаимной ориентацией. Физический смысл формулы поясняет рисунок 7б. Он такой же, как и раскрытый выше смысл формулы (11), с отличием в положении ракеты.

Формула (12) является частным случаем формулы (13).

Представляет интерес выявление характера изменения угловой ошибки целеуказания при различных промежуточных вариантах положения ракеты (между положением на линии РЛС – цель и на ортогональной линии), при изменении угла α в диапазоне от 0° до 90° и далее.

Расчеты по формуле (7), для случая, когда положение ракеты известно точно ($\sigma_{R_p} = 0$ м, $\sigma_{\epsilon_p} = 0^\circ$), при последовательном изменении положения ракеты от нахождения на линии РЛС – цель ($\alpha = 0^\circ$) до нахождения на ортогональной линии ($\alpha = 90^\circ$) и далее (до значений $\alpha = 180^\circ$, соответствующих нахождению ракеты за целью относительно РЛС), при одном и том же

расстоянии между ракетой и целью $R_{p-ц}$, показывают, что ошибка углового целеуказания изменяется по закону косинуса, приобретая минимальное значение при $\alpha = 90^\circ$ и максимальное при $\alpha = 0^\circ$ и 180° (см. рис. 8).

Варьирование угла α для случая, когда положение ракеты определяется с ошибками ($\sigma_{R_p} \neq 0$ м, $\sigma_{\epsilon_p} \neq 0^\circ$), при сохранении постоянным расстояния захвата $R_{p-ц}$, показывает, что ошибка углового целеуказания минимальна в районе значений $\alpha = 90^\circ$ (точнее, несколько меньше 90°) и максимальна при $\alpha = 0^\circ$ и 180° . Такая зависимость ошибки углового целеуказания определяется формой дуг рассеивания координат цели и ракеты и их взаимной ориентацией.

Наличие сильно выраженной зависимости ошибки углового целеуказания от относительного положения ракеты приводит к необходимости ставить и решать задачу определения наилучшей траектории ракеты, позволяющей в условиях ограниченного поля зрения локатора повысить вероятность захвата цели.

Рис. 8. Зависимость СКО углового целеуказания $\sigma_{\text{ер-ц}}$ от относительного положения ракеты (положение ракеты изменяется по окружности радиуса $R_{\text{р-ц}} = 14$ км вокруг цели) при $R_{\text{ц}} = 70$ км, $\sigma_{R_{\text{ц}}} = 0,5$ м, $\sigma_{\text{ец}} = 0,05^\circ$, для двух вариантов точности оценки координат ракеты: 1 – $\sigma_{R_{\text{р}}} = 0$ м, $\sigma_{\text{ер}} = 0^\circ$; 2 – $\sigma_{R_{\text{р}}} = 0,5$ м, $\sigma_{\text{ер}} = 0,05^\circ$

Рис. 9. Результаты вычисления СКО углового целеуказания (в градусах): а – статистическим методом, $n_{\text{м}} = 1000$; б – аналитическим методом. Исходные данные: $X_{\text{ц}} = 30$ км, $Y_{\text{ц}} = 60$ км, $\sigma_{R_{\text{р}}} = 0,5$ м, $\sigma_{\text{ер}} = 0,05^\circ$, $\sigma_{R_{\text{ц}}} = 0,5$ м, $\sigma_{\text{ец}} = 0,05^\circ$, рисунок в дает представление о трехмерном виде функции ошибок

3.3. Поле ошибок целеуказания по углу

С целью более полного представления зависимости ошибки углового целеуказания от положения ракеты выполним расчеты в широком диапазоне изменения координат ракеты при фиксированном положении цели.

Вычисления выполним двумя рассмотренными выше методами – статистическим и аналитическим (по формуле (7)).

Результаты расчетов в виде контурных карт поля угловых ошибок целеуказания в системе координат xOy РЛС для одного из вариантов положения цели представлены на рисунке 9.

Величина ошибки на рисунке характеризуется цветом – наименьшей ошибке соответствует фиолетовый цвет, наибольшей – красный; промежуточные цвета – от синих к красным соответствуют последовательному увеличению ошибки. Площадь, покрываемая одним цветом, характеризует определенный диапазон ошибок целеуказания.

Из рисунка следует, что положения ракеты, неблагоприятные для захвата цели по углу, при рассмотренных исходных данных сосредоточены в секторе приблизительно $\pm 30^\circ$ относительно линии, направленной от цели к РЛС.

На линии РЛС – цель угловая ошибка максимальна и возрастает по мере приближения ракеты к цели. Так, на расстоянии ~30 км до цели она составляет $\sigma_{\text{ер-ц}} \approx 0,12^\circ$, на расстоянии ~15 км $\sigma_{\text{ер-ц}} \approx 0,21^\circ$, на расстоянии ~5 км $\sigma_{\text{ер-ц}} \approx 0,38^\circ$.

Расчеты, выполненные статистическим и аналитическим методами, имеют хорошую согласованность, что позволяет отдать предпочтение аналитическому методу ввиду меньших затрат времени и большей наглядности.

4. Исследование ошибки целеуказания по дальности

Ввиду подобия данного исследования выполненному выше исследованию угловой ошибки целеуказания приведем сразу конечные результаты.

1. Случай, когда ЗУР находится на линии РЛС – цель ($\Delta\epsilon = 0^\circ$, $\alpha = 0^\circ$).

Если положение ракеты известно точно ($\sigma_{R_p} = 0$ м, $\sigma_{\text{ер}} = 0^\circ$), то из формулы (6) получаем выражение для величины ошибки целеуказания:

$$\sigma_{R_{p-ц}} = \sigma_{R_{ц}}$$

Если положение ракеты определяется с ошибками, то из формулы (6) получаем

$$\sigma_{R_{p-ц}}^2 = \sigma_{R_p}^2 + \sigma_{R_{ц}}^2$$

Приведенные формулы имеют вполне понятный из рисунка 4 физический смысл.

2. Случай, когда ЗУР находится на линии, ортогональной линии РЛС – цель ($\alpha = 90^\circ$).

Если положение ракеты известно точно ($\sigma_{R_p} = 0$ м, $\sigma_{\text{ер}} = 0^\circ$), то из формулы (6) получаем:

$$\sigma_{R_{p-ц}} = R_{ц} \sigma_{\text{ер}}$$

Если положение ракеты определяется с ошибками, то из формулы (6) получаем

$$\sigma_{R_{p-ц}}^2 = \sigma_{R_p}^2 \sin(\Delta\epsilon)^2 + R_{ц}^2 (\sigma_{R_{ц}}^2 + \sigma_{R_p}^2)$$

Физический смысл формулы может быть понят из рисунка 7.

Поле ошибок целеуказания по дальности построим для тех же исходных данных, какие использовались при построении приведенного выше (на рис. 9) поля ошибок целеуказания по углу. Результаты приведены на рисунке 10.

Как видно из рисунка, минимальная ошибка целеуказания по дальности для выбранных исходных данных обеспечивается при положении ракеты в узком секторе приблизительно $\pm 5^\circ$ относительно линии, направленной от цели к РЛС. Вне этого сектора ошибка резко возрастает.

Рис. 10. Результаты вычисления СКО целеуказания по дальности (в метрах), в – трехмерный вид функции ошибок

В противоположность ошибке целеуказания по углу, максимальная ошибка целеуказания по дальности имеется при нахождении ракеты вблизи линии, ортогональной линии РЛС – цель.

По результатам исследования полей ошибок целеуказания по углу и дальности можно сделать следующие выводы:

1. Ошибки целеуказания для равноудаленных от цели точек нахождения ракеты существенно зависят от относительного положения ракеты. Характер этой зависимости для угла и для дальности диаметрально противоположен: при нахождении ракеты на линии РЛС – цель ($\epsilon_p = \epsilon_{\text{ц}}$) ошибка ЦУ по дальности минимальна, а угловая ошибка ЦУ максимальна; при нахождении ракеты вблизи направления на цель, ортогонального линии РЛС – цель, ошибка ЦУ по дальности максимальна, а угловая ошибка ЦУ минимальна. Причины этих свойств полей ошибок определяются формой дуг рассеивания оценок координат цели и ракеты.

2. По мере приближения к цели угловые ошибки целеуказания растут (особенно резко вблизи цели) за исключением направления, близкого к линии, ортогональной направлению РЛС – цель, где ошибка минимальна и изменяется незначительно. Из этого следует необходимость повышения потенциала бортового локатора для обеспечения возможности гарантированного захвата цели по угловым координатам на больших дальностях.

5. Определение ошибки целеуказания по скорости

Целеуказание по скорости цели (по частоте Доплера) так же, как и целеуказание по дальности и углу, является относительным, оно представляет собой скорость цели, рассчитываемую по данным измерений координат цели и ракеты относительно текущего положения ракеты. Соотношение векторов скорости ракеты и цели (V_p и $V_{\text{ц}}$) на момент захвата цели показано на рисунке 11. Разность проекций этих векторов на линию ракета – цель и представляет собой целеуказание по скорости $V_{p-\text{ц}} = V_{p,\text{пр}} - V_{\text{ц},\text{пр}}$.

РЛС измеряет радиальные скорости ракеты и цели ($V_{p,\text{РЛС}}$ и $V_{\text{ц},\text{РЛС}}$) по доплеровским добавкам частот принимаемых сигналов, однако на их основе нельзя определить значения проекций скоростей $V_{p,\text{пр}}$, $V_{\text{ц},\text{пр}}$. В связи с этим используем траекторный метод расчета скорости цели $V_{p-\text{ц}}$: относительная скорость ракеты на интервале времени Δt оценивается по формуле

$$V_{p-\text{ц}}(t) = \frac{R_{p-\text{ц}}(t) - R_{p-\text{ц}}(t - \Delta t)}{\Delta t}, \quad (14)$$

где $R_{p-\text{ц}}(t)$ и $R_{p-\text{ц}}(t - \Delta t)$ – значения относительной дальности в соответствующие моменты времени, рассчитываемые по формуле (2) по результатам измерения координат цели и ракеты.

Величины $R_{p-\text{ц}}(t)$ и $R_{p-\text{ц}}(t - \Delta t)$ представляют собой независимые случайные величины

Рис. 11. Соотношение векторов скорости ракеты и цели на момент захвата

с дисперсиями соответственно $(\sigma_{R_{p-c}}(t))^2$ и $(\sigma_{R_{p-c}}(t - \Delta t))^2$, определяемыми по формуле (6).

Исходя из свойств дисперсии для независимых случайных величин, получаем дисперсию оценки относительной скорости цели [5, с. 333]:

$$(\sigma_{V_{p-c}}(t))^2 = \frac{(\sigma_{R_{p-c}}(t))^2 + (\sigma_{R_{p-c}}(t - \Delta t))^2}{\Delta t^2}. \quad (15)$$

Из полученной формулы следует, что зависимость ошибки целеуказания по скорости от положения ракеты такая же, как рассмотренная выше зависимость ошибки целеуказания по дальности: для принятых исходных данных в рассмотренных выше примерах ошибка целеуказания по скорости минимальна на линии РЛС – цель и принимает максимальные значения вблизи линии, ортогональной линии РЛС – цель.

6. Исследование ошибок целеуказания в зависимости от траектории полета ракеты

Все расчеты и выводы, представленные выше, получены для фиксированных положений ракеты и цели. Рассмотрим влияние на ошибки целеуказания фактора движения. Исследуем ошибки целеуказания локатору

вдоль траектории движущейся ракеты при ее наведении на цель, в качестве которой рассмотрим баллистическую цель, падающую в районе РЛС.

Выбраны следующие траекторные параметры цели (см. рис. 12): цель падает по навесной траектории и на момент пуска по ней ракеты имеет координаты $X_c = 60$ км, $Y_c = 120$ км и скорость 3000 м/с. При дальнейшем движении скорость цели снижается с ускорением $-2g$ (имитация атмосферного торможения); на момент встречи с ракетой она составляет 2420–2430 м/с (в зависимости от точки встречи).

Ракета стартует вертикально. Скорость движения ракеты задается переменной – имитируется работа разгонного двигателя и последующее движение с торможением (из-за действия сил гравитации и сопротивления воздуха). График скорости приведен на рисунке 13. Траектория ракеты, наводящейся на цель, строится с использованием метода пропорциональной навигации. Вид траектории ракеты определяется коэффициентом пропорциональности метода. На рисунке 12 приведены три траектории полета ракеты, соответствующие разным коэффициентам метода.

Перехват цели происходит в интервале времени 28,6–29 с (в зависимости от траектории

Рис. 12. а – траектория баллистической цели (красный цвет) и три траектории ракеты (синий цвет), б – траектории в точке встречи

наведения). При этом средняя скорость ракеты за время полета в точку встречи составляет $\sim 2,1$ км/с.

Для каждой траектории ракеты рассчитаем ошибки целеуказания по углу, дальности и скорости. При этом с учетом хорошей согласованности результатов статистического и аналитического методов оценки ошибок целеуказания ошибки оценим аналитическим методом (с использованием формул (6), (7), (15)).

Вначале выполним расчеты в предположении постоянных значений ошибок оценки координат цели в течение всего времени ее полета, независимо от дальности до цели.

СКО оценок координат цели примем равными $\sigma_{Rц} = 0,5$ м, $\sigma_{\epsilonц} = 0,05^\circ$. Ошибки определения координат ракеты примем на порядок меньшими: $\sigma_{Rp} = 0,05$ м, $\sigma_{\epsilon p} = 0,005^\circ$.

Результаты расчетов ошибок целеуказания в зависимости от текущих значений расстояний между целью и ракетой приведены на рисунке 14.

Расчеты выполнены путем численного интегрирования уравнений наведения ракеты с шагом 0,1 с, что можно интерпретировать как работу контура наведения и обновление информации по цели и ракете с частотой 10 Гц. Уменьшение периода интегрирования не приводит к видимому изменению результатов, за исключением величины ошибки целеуказания по скорости – она изменяется обратно пропорционально периоду интегрирования согласно зависимости (15).

Рис. 13. График скорости ракеты

Как следует из полученных графиков (рис. 14), для принятых исходных данных движение ракеты по траектории, близкой к линии РЛС – цель (траектория 3), обеспечивает весьма низкие ошибки целеуказания по дальности и скорости в течение всего полета ракеты, что гарантирует высокоточную селекцию цели по этим координатам. При отклонении ракеты от линии РЛС – цель (траектории 1, 2) ошибки целеуказания по дальности и скорости становятся существенно больше и растут по мере приближения к цели, что обусловлено прохождением траектории ракеты вблизи линии, ортогональной линии РЛС – цель.

Ошибки целеуказания по углу менее зависят от траектории ракеты, но существенно зависят от расстояния до цели, в связи с чем величина потенциала локатора должна быть такова, чтобы обеспечивался захват цели на АС по углу на дальностях, согласованных с шириной поля зрения локатора для беспойскового захвата.

Рис. 14. Графики ошибок ЦУ в зависимости от расстояния между целью и ракетой для трех траекторий полета ракеты, приведенных на рис. 12, при постоянных значениях ошибок оценок координат $\sigma_{Rц} = 0,5$ м, $\sigma_{\epsilonц} = 0,05^\circ$, $\sigma_{Rp} = 0,05$ м, $\sigma_{\epsilon p} = 0,005^\circ$

Далее учтем, что по мере приближения цели к РЛС точность определения координат цели увеличивается за счет увеличения отношения сигнал/шум на входе приемника РЛС.

Известно [6], что величина СКО оценок координат обратно пропорциональна корню квадратному из отношения сигнал/шум на входе приемника РЛС. В свою очередь, при активной радиолокации величина сигнал/шум при прочих равных величинах (мощности сигнала, его длительности, размере апертуры антенны, коэффициенте шума приемника и др.) обратно пропорциональна дальности до цели в четвертой степени $R_{ц}^4$. Вследствие этого при изменении дальности цели СКО оценок ее координат изменяется пропорционально отношению квадратов дальностей.

В связи с этим при оценке точности координат приближающейся к РЛС цели для величин СКО $\sigma_{R_{ц}}$, $\sigma_{\varepsilon_{ц}}$ будем использовать множитель $k_{цR} = (R_{ц,оп}/R_{ц})^2$, где $R_{ц,оп}$ – опорная дальность, в качестве которой принимается дальность захвата РЛС цели на АС, $R_{ц}$ – текущая дальность цели, $R_{ц} \leq R_{ц,оп}$.

Графики ошибок целеуказания в зависимости от текущих значений расстояний между целью и ракетой, полученные с учетом уменьшения СКО оценок координат цели по мере приближения цели (пропорционально множителю $k_{цR}$), приведены на рисунке 15. При расчетах было принято, что при нахождении цели в начальной точке (на момент пуска по ней ракеты) значения СКО оценок ее координат равны $\sigma_{R_{ц}} = 2,85$ м, $\sigma_{\varepsilon_{ц}} = 0,285^\circ$. В точке встречи

ракеты с целью эти СКО за счет уменьшения дальности до цели снижаются до величин $\sigma_{R_{ц}} \approx 0,5$ м, $\sigma_{\varepsilon_{ц}} \approx 0,05^\circ$. СКО оценок координат ракеты приняты постоянными и равными $\sigma_{R_p} = 0,05$ м, $\sigma_{\varepsilon_p} = 0,005^\circ$.

Из полученных графиков видно, что соотношение ошибок целеуказания сохранилось, как и в рассмотренном ранее случае независимости ошибок оценки координат цели от дальности до нее. При этом ошибки целеуказания на больших дальностях увеличились из-за увеличения ошибок оценки координат цели ввиду малого отношения сигнал/шум.

Проведенные исследования показали существенную зависимость ошибок целеуказания от вида траектории ракеты, движущейся к цели. Это обстоятельство должно учитываться при оптимизации траектории ракеты, выводимой к цели с минимальным промахом. К наиболее значимым факторам, определяющим выбор вида траектории, наряду с рассматриваемыми ошибками целеуказания, относятся динамические и флуктационные ошибки наведения, обусловленные особенностями работы контура наведения ракеты, а также действие силы сопротивления воздуха при прохождении ракетой плотных слоев атмосферы на большой скорости.

Влияние различных факторов на выбор вида траектории ракеты в большинстве случаев находится в противоречии с влиянием ошибок целеуказания. Так, например, для снижения динамических ошибок наведения ракеты необходимо увеличивать частоту обновления

Рис. 15. Графики ошибок ЦУ в зависимости от расстояния между целью и ракетой для трех траекторий полета ракеты, приведенных на рисунке 12, с учетом зависимости СКО оценок координат от дальности до цели

информации по цели и ракете, однако при этом возрастает ошибка целеуказания по скорости. Или для снижения ошибок целеуказания по дальности необходимо увеличивать коэффициент метода пропорциональной навигации, что обеспечит быстрее вывод ракеты на линию РЛС – цель, но увеличение коэффициента требует расширения полосы пропускания контура наведения, при этом возрастают флюктуационные ошибки наведения.

В связи с этим выбор траектории должен определяться действием всей совокупности перечисленных факторов и их совместным влиянием на результирующие тактические показатели и критерии стрельбы, такие, например, как минимизация промаха, выделение цели бортовым локатором среди ложных целей, минимизация времени движения ракеты к цели и одновременно обеспечение ее поражения на максимальной дальности для увеличения пропускной способности огневого комплекса.

Заключение

В статье впервые выявлена и всесторонне исследована зависимость точности целеуказания бортовому локатору, выдаваемого наземной РЛС на основании измеряемых ею координат цели и ракеты, от относительного положения ракеты (относительно РЛС и цели).

Разработан математический аппарат (в виде двух методов – статистического и аналитического), позволивший установить и количественно оценить данную зависимость. В рамках аналитического метода получен ряд новых формул, описывающих указанную зависимость для дальности, угла и скорости цели. Полученные формулы доведены до инженерного вида для двух частных (предельных) случаев – когда ЗУР находится на линии РЛС – цель и когда она находится на линии, ортогональной линии РЛС – цель, что позволяет их использовать, например, для оценочных расчетов на этапе формирования облика системы наведения ЗУР. Исследован физический смысл полученных формул.

Наличие зависимости точности целеуказания бортовому локатору от относительного положения ракеты подтверждено как высокой

согласованностью результатов, полученных с применением статистического и аналитического методов при расчетах с варьированием исходных данных в широком диапазоне, так и наличием ясного физического смысла полученных формул для двух рассмотренных предельных случаев положения ракеты.

Основываясь на данных, близких к практическим, выполнены расчеты и показана высокая значимость учета точности целеуказания бортовому локатору в зависимости от относительного положения ракеты для обеспечения гарантированного (беспоискового) захвата цели по угловым координатам ввиду узкого поля зрения перспективных локаторов, работающих в миллиметровом или оптическом диапазоне волн.

С целью оценки характера зависимости точности целеуказания бортовому локатору от относительного положения ракеты построены поля ошибок целеуказания по различным координатам при фиксированном положении цели. Показано, что минимальная ошибка целеуказания по дальности и скорости достигается при нахождении ракеты на линии РЛС – цель, напротив, ошибка целеуказания по углу при этом максимальна. При нахождении ракеты вблизи направления на цель, ортогонального линии РЛС – цель, ошибка целеуказания по дальности и скорости максимальна, а угловая ошибка целеуказания минимальна. Причины этих свойств полей ошибок определяются формой дуг рассеивания оценок координат цели и ракеты.

По мере приближения ЗУР к цели угловые ошибки целеуказания растут (наиболее значимо – для положений ЗУР, близких к линии РЛС – цель), из чего следует необходимость повышения потенциала бортового локатора для обеспечения возможности гарантированного захвата цели по угловым координатам на больших дальностях.

Также исследован характер изменения ошибок целеуказания в динамике наведения ракеты на движущуюся цель с учетом особенностей траектории наведения ракеты и зависимости точности измерения координат цели и ракеты наземным локатором от расстояния до них. Показана необходимость

при оптимизации траектории полета ЗУР совместного учета ошибок целеуказания бортовому локатору и других влияющих факторов ввиду противоречивого характера их взаимного влияния.

Разработанные методы позволяют как оценивать точность целеуказания бортовому локатору ракеты при известных (заданных) ошибках измерения координат цели и ракеты наземным локатором, так и решать обратную задачу – определять требуемую точность измерения наземным локатором координат цели и ракеты для обеспечения беспойскового захвата цели по углам и требуемых возможностей по селекции цели по дальности и скорости в условиях противодействия противника.

Список литературы

1. Друзин С. В., Майоров В. В., Горевич Б. Н. Создание перспективной системы вооружения

войсковой ПВО нового облика // Вестник «Концерн ВКО «Алмаз – Антей». 2019. № 4. С. 7–18.

2. Друзин С. В., Горевич Б. Н. Методика формирования облика радиолокационных станций перспективной системы вооружения войсковой ПВО // Вестник «Концерн ВКО «Алмаз – Антей». 2020. № 2. С. 6–31.

3. Кринецкий Е. И. Системы самонаведения. М.: Машиностроение, 1970. 236 с.

4. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 2000. 480 с.

5. Бартон Д., Вард Г. Справочник по радиолокационным измерениям. Пер. с англ. под ред. Вейсбейна М.М. М.: Сов. радио, 1976. 392 с.

6. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. / Под ред. Ширмана Я. Д. М.: Радиотехника, 2007. 512 с.

Об авторах

Созинов Павел Алексеевич – доктор технических наук, профессор, генеральный конструктор Акционерного общества «Концерн ВКО «Алмаз – Антей», Москва, Российская Федерация.

Область научных интересов: разработка научных основ построения и развития системы воздушно-космической обороны России.

Горевич Борис Николаевич – доктор технических наук, профессор, руководитель проекта Акционерного общества «Концерн ВКО «Алмаз – Антей», Москва, Российская Федерация.

Область научных интересов: системный анализ, радиолокация.

Dependence between the accuracy of target designation to an onboard missile radar station and errors related to determination of the target and missile coordinates by a ground radar system

Sozinov P. A., Gorevich B. N.

JSC Almaz-Antey, Moscow, Russian Federation

This article investigates the dependence between the accuracy of target designation issued by a ground radar system to an onboard radar station based on the measured target and missile coordinates and on the relative missile position (relative to the radar and the target).

Simulation and calculation methods are proposed for estimating the accuracy of target designation in terms of the observation angle and the range and speed of the target taking into account both the errors in measuring the target and missile coordinates by a ground radar system and the relative position of the missile.

The influence of the errors in measuring the target and missile coordinates and the relative position of the missile on the target designation accuracy is investigated. The problem of tracing the optimal trajectory of missile guidance to the target is formulated taking into account the errors of target designation to an onboard radar station and other factors.

Keywords: radar station (radar), surface-to-air missile (SAM), on-board locator, position determination errors

Information about the authors

Sozinov Pavel Alekseevich – Dr. Sci. (Engineering), Professor, General Designer, JSC Almaz-Antey, Moscow, Russian Federation.

Research interests: development of scientific foundations for the construction and development of the aerospace defence system of Russia.

Gorevich Boris Nikolaevich – Dr. Sci. (Engineering), Professor, Project Manager, JSC Almaz-Antey, Moscow, Russian Federation.

Research interests: systems analysis, radar.