<https://doi.org/10.38013/2542-0542-2021-3-90-97>

УДК 62: 517.1

Использование оператора «перенос» группового анализа в методе подобия при исследовании процесса горения топлив в двигателях

В. Д. Головатенко

Акционерное общество «Опытное конструкторское бюро «Новатор», Екатеринбург, Российская Федерация

Рассматривается моделирование процесса горения малых навесок пиротехнической смеси на основе перхлората калия и порошка алюминия в импульсных устройствах (двигателях). В анализ процессов горения введен общий критерий (прим-критерий) подобия, составленный из чисел Воббе, теоретически или экспериментально найденных для двигателя и его модели. Показано, что оператор «перенос» теории групп используется в основном при описании процесса горения металлизированных пиротехнических смесей.

Ключевые слова: горение, двигатель, прим-критерий подобия, оператор «перенос», число Воббе

Для цитирования: Головатенко В. Д. Использование оператора «перенос» группового анализа в методе подобия при исследовании процесса горения топлив в двигателях // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2021. № 3. С. 90–97. <https://doi.org/10.38013/2542-0542-2021-3-90-97>

For citation: Golovatenko V. D. Using the group analysis transfer operator in the method of similarity for studying the fuel combustion process in engines // Vestnik Koncerna VKO "Almaz – Antey". 2021. No. 3. P. 90–97. <https://doi.org/10.38013/2542-0542-2021-3-90-97>

Поступила 07.09.2021 Отрецензирована 28.09.2021 Одобрена 29.09.2021 Опубликована 20.10.2021

Известно, что изучение и описание наблюдаемых явлений природы (технических систем и др.) производится двумя способами, а именно детерминистическим (по Г. Биркгоффу – континуальным) и вероятностным. Первый, насчитывающий более 1000 лет применения, преобладает в работах исследователей. В последнее время стало возможным решать задачи и вероятностным методом.

Моделирование процессов горения пиротехнической смеси, включающей алюминий, анализируется детерминистическим методом, а при невозможности предсказать конечный результат, с учетом многочисленных физико-химических воздействий, влияющих на конечный состав продуктов горения, – вероятностным методом. При детерминистическом описании, при значительных отклонениях параметров, полученных в модели и натурном

агрегате, требуется включение в анализ оператора «перенос».

Целью работы является введение в метод подобия оператора «перенос» («сдвиг») из группового анализа для описания процессов горения топлив в двигателях.

С момента установления положения о горении твердых топлив параллельными слоями для смесевых топлив Пиобертом (1839 г., [1]), а для баллистических – Вьелем (1880 г., [2]) в области двигателестроения на твердом топливе стало возможным применение методов подобия (размерности) в моделировании. В работах Л.И. Седова [3], Г. Гребера, С. Эрка, У. Григульля [4], Уэллера [5], Крокко [6] показано, что при анализе работы агрегатов или процессов на изготовленной модели с помощью ряда критериев подобия (размерности) определяются характеристики проектируемого изделия. Эти критерии независимы один от другого, должны быть увязаны с энергетической

характеристикой двигателя и требуют введения более общего критерия, с которым частные критерии должны быть соотнесены, и не противоречить требованиям, оговоренным авторами А.В. Алиевым и О.В. Мищенко [7], согласно которым «выживают» лишь те критериальные соотношения, по численным значениям которых удастся восстановить те или иные закономерности исследуемого процесса. Ранее Г. Дамкелер [8] установил основные критерии подобия для горения топлив в двигательной установке, которые достигаются «...лишь при однозначно протекающих процессах, свободных от чувствительных к температурным колебаниям конечных и побочных реакций». Известно, что в зависимости от условий, в которых происходит сгорание пиротехнического топлива, образуются в одних случаях, например, оксиды химического вещества, а в других – субоксиды.

Таким образом, применяя критерии подобия, нельзя разработать адекватную модель, предназначенную для исследования двигателя на пиротехническом твердом топливе без рассмотрения физических и химических процессов, протекающих в этих устройствах при сгорании топлива. Но при представлении любых процессов методом группового анализа, а именно операциями *растяжение*, *перенос* и *вращение*, возможно более адекватно представить работу натурного двигателя через данные, полученные на модельной установке [9]. Однако, насколько известно, групповой анализ применяется при расчетах, например, в квантовой физике (см. [10]), но не акцентируется его использование при моделировании и расчетах характеристик ракетных двигателей на твердом пиротехническом топливе. Согласно Г. Биркгофу [9], впервые на требования к инвариантности решений (преобразований), требование теории групп указала Т. Афанасьева-Эренфест в 1926 г.

Таким образом, при моделировании физических процессов необходимо выполнение требований инвариантности решений, что подчеркивают математики Э. Нетер, Г. Биркгоф, Т. Афанасьева-Эренфест, Н.Х. Ибрагимов. А это накладывает на критерии теории подобия требования, чтобы они содержали законы

сохранения. Что касается моделирования процессов горения в РДТТ с помощью операции «растяжения», то оно не представляет затруднений [7]. Возникает вопрос: в каких случаях и какие процессы должны быть представлены операцией «перенос», чтобы получить во всех отношениях размерную модель? Ясно, что для этого необходимо выделить в функциональном описании процесса горения топлива в двигательной установке, в химических и тепловых реакциях, ведущие изотропные процессы, происходящие в перемещающихся продуктах горения по камере двигателя. Для операции «подобие» (соответствует операции «растяжение» теории групп), по Биркгофу Г. [9], – закон Кранца, что допустимо и в случае, когда в «напряженном состоянии освобождается химическая энергия». Кроме этого, он справедлив «всегда, когда тензор напряжений есть функция только от деформации и не зависит от ее скорости» ([9], стр. 147).

Учитывая разнообразие предложенных составов топлив, например приведенных в монографии С. Сарнера [10], давление, являющееся единственным параметром двигательной установки твердого топлива, через который определяют способность топлива произвести механическую работу, характеризуется химическими процессами горения, описываемыми уравнением энергии Дж. В. Гиббса. Поэтому при моделировании процессов горения и их описании необходимо ввести формально новый критерий (условно названный «прим-критерий») как более общий, характеризующий объемные низшие теплоты сгорания газообразных смесей в реальном двигателе и его модели, который составим как отношения чисел Воббе (Wobbe) [11] (см. также ГОСТ 17356-89, ГОСТ Р 51733-2001) в виде:

$$K' = \frac{Q_{1H}}{Q_{2H}} \times \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}, \quad (1)$$

где: Q_{1H} , Q_{2H} – объемные низшие теплоты сгорания газовых смесей, полученные в камерах сгорания двигателя, и его модели в течение единицы времени для единиц масс этих смесей;

ρ_1 , ρ_2 – плотности продуктов горения газовых смесей в двигателе и его модели.

Этот критерий представляет собой аналитическое положение Дамкелера [8] к требованию состава продуктов горения, очевиден и обычно не оговаривается.

В предложенном критерии в числителе и знаменателе записаны низшие теплоты сгорания газообразных продуктов, полученных или в процессе дегазации твердого топлива в РДТТ, или образованные при испарении окислителя и горючего в ЖРД в камерах сгорания двигателя, его сгорание и модели без указания на их состав, но, согласно уравнению Дж.В. Гиббса, при этом будет учтено тепло и не газообразных продуктов горения. Таким образом, введенный прим-критерий в конечном счете подразумевает подобие совершаемых работ газообразными продуктами горения в двигателе и его модели, является оценочным в смысле достаточности одного или всех операторов из теории групп для проведения полноценного моделирования исследуемого процесса и обычно выполняется для двигательных установок, содержащих газообразные продукты горения.

Если значение прим-критерия отлично от единицы в технически допустимом пределе, то моделирование горения топлива в двигательной установке проводят по методу подобия. Однако применяются топлива, содержащие в качестве горючего дополнительно и металл, дающие при горении значительные отклонения параметров от одного испытания к другому, для которых при описании результатов применяют ту или иную статистическую модель теории вероятностей. Так, для детального описания результатов испытаний пиротехнических составов используется многомерное нормальное представление [12]. При этом для пиротехнического состава, содержащего в качестве горючего порошкообразный алюминий, а в качестве окислителя перхлорат калия ($KClO_4$), при сжигании которого наблюдаются значительные разбросы давления в постоянном замкнутом объеме, способ представления результатов испытаний методом подобия не является наглядным. Поскольку основным источником энергии при горении порошка алюминия и перхлората калия является диоксид алюминия (Al_2O_3),

то способ его сохранения среди продуктов горения от диссоциации в основном на монооксид алюминия (AlO) достигается техническим приемом, заключающимся в быстром съеме с частичек диоксида тепла после их образования. Одним из способов является использование фракций алюминия с наименьшим значением размера частичек алюминия в исходном порошке, вплоть до использования нанопорошка. Вторым способом сохранения диоксида алюминия является использование в качестве окислителя такого химического соединения, которое после выделения кислорода остается инертным в химическом отношении к продуктам горения топлива, например использование в качестве окислителя перхлората калия.

Но применение порошка алюминия, не разделенного на фракции, дает в смеси с перхлоратом калия значительные отклонения по величине рабочего давления. В работе [13] показано, что в этой смеси рабочим телом, совершающим работу, является газообразный KCl , для перевода которого в парообразное состояние используется до 80 % теплоты образования диоксида алюминия, а остальное тепло идет на нагревание этих паров, при этом процесс образования рабочего тела принимается происходящим безынерционно. Так, отклонение в выделении теплоты от оксида алюминия на 5 % приведет к изменению в величине давления в одном и том же объеме на 25 %, а 10 % – к 50 %. Физический смысл такого отклонения приведен в работе [13] и заключается в том, что для образования давления в двигателе используется только часть теплоты при образовании оксида алюминия, перенесенная к инертному ингредиенту из состава продуктов горения, и именно KCl . Поэтому любое отклонение в теплоте при образовании диоксида алюминия приведет к значительному отклонению в величине давления рабочего тела в данном объеме и совершающего работу. Так, по данным Де Марки [14], разность в величине давления при сжигании одной и той же по массе навески смеси алюминиевого порошка и перхлората калия при изменении осредненного по поверхности алюминия с 15,2 мкм (фракция GG-1) до 5,38 мкм (фракция B-1) приводит при их сжигании к увеличению

давления в установке на 3995 %. В связи с этим для данной смеси, разбитой на фракции, представляется необходимым при моделировании использовать второй оператор теории групп – «перенос» (сдвиг).

Графическое представление результатов, полученных при сжигании указанной пиротехнической смеси, заключается в сдвиге кривой нарастания давления в конкретном объеме. Однако не исключается и традиционное представление полученных результатов при моделировании – использовать метод подобия. Таким образом, для ряда топлив, редко используемых в двигательных установках, но не в пиромеханизмах, возможны два подхода при проведении моделирования: традиционный – метод подобия и предложенный с использованием теории групп как более наглядный.

В описываемых ниже экспериментах пиротехнические смеси из порошка алюминия и перхлората калия составляли основу стандартного пиропатрона. Сжигались навески пиропатрона в манометрической бомбе. При этом теоретически [13] для рассматриваемой смеси и продуктов горения было определено максимальное значение $RT = 920$ кДж/кг, а относительная величина «дефекта» (отклонений в величине RT) по результатам экспериментов составила 0,483. Объяснение столь значительного отклонения для случая сжигания навесок топлива дано в публикации [13], в которой были рассмотрены причины больших отклонений в воспроизводимости баллистических характеристик этой смеси на примере данных работы Де Марки [14]. Согласно последней, значение интеграла давления по времени для разделенной на фракции порошка алюминия от GG-1 до BB-1 может достигнуть по величине 550 %.

На рисунке 1 приведен ряд экспериментальных кривых, полученных автором для не разделенной на фракции смеси $Al + KClO_4$ при сжигании пиротехнических составов пиропатрона, состоящих из алюминиевой пудры марки ПП-1 и перхлората калия в пироклапане С5.11А.0-0. Математическое ожидание (А) перемещения подвижной части пироклапана, а также кривые (В и D), учитывающие рассчитанное стандартное отклонение

σ , представлены на рисунке 1 при решении системы уравнений (1), см. ниже. Кривые В и D построены для случаев: В – для соответствия физических и химических процессов в камере сгорания пироклапана (в предпоршневом объеме) и D – при неполном соответствии, которое было определено опытным путем. При определенной опытным путем в манометрической бомбе работоспособности пиротехнической смеси (RT), равной 698,25 кДж/кг, значение стандартного отклонения было равным 74 кДж/кг (было принято, что статистические данные подчиняются нормальному закону распределения). Расчет кривых В и D был проведен по следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} dE = E/\theta[1 - \exp(-\frac{t}{\theta})] - PSV \\ l = (n - 1) \cdot E/PS - Wo/S \end{cases}, \quad (2)$$

где E – энергия пиронавески;

M и S – масса и площадь поршня пироклапана;

P – давление в предпоршневом пространстве пироклапана;

V – скорость перемещения штока пироклапана;

t и θ – текущее время и время сгорания пиротехнической навески пиропатрона;

Wo – предпоршневой объем в пироклапане;

l – перемещение поршня в пироклапане;

n – показатель термодинамического процесса продуктов горения пиротехнической навески пиропатрона.

Рис. 1. Кривые перемещения штока пиромеханизма во времени

Рис. 2. Пиромеханизм для перемещения панели летательного аппарата. 1 – корпус, 2 – пирозлемент, 3 – поршень

Ниже рассмотрен механизм (рис. 2) перемещения панели у летательного аппарата, работа которого происходит также от стандартного пиропатрона. Этот механизм включает две полости; рабочую, воспринимающую продукты горения пиротехнической навески пиропатрона, и тормозную, в которой происходит сжатие заключенного в ней воздуха. Механизм предназначен для перемещения аэродинамической панели летательного аппарата в начальный момент и торможения последней на конечном участке ее движения. Причем на панель при ее перемещении действует внешняя нагрузка, которая в экспериментах имитировалась резиновым жгутом. Расчетная система уравнений, по которой был рассчитана осредненная во времени кривая нагрузки на шток

пиромеханизма (рис 3, выделена синим цветом), следующая:

$P = (n - 1) \times E / (W_0 + Sl)$ – изменение давления в предпоршневом объеме пиромеханизма;
 $M dV/dt = PS - R_0$ – уравнение движения поршня пиромеханизма;

$R_0 = 0,222 \alpha$ – нагрузка на шток пиромеханизма от резинового шнура, где α – угол поворота панели.

Здесь обозначения переменных соответствуют переменным системы (1).

Работа сжатия воздуха в тормозной полости пиромеханизма определялась по уравнению [15]:

$$l_0 = (n/n - 1) RT [1 - (P_0/P_1)^{(n-1)/n}]$$

где: n – средний показатель политропы воздуха;

R – газовая постоянная воздуха;

T – температура воздуха в тормозной полости пиромеханизма;

P_0 – давление воздуха в тормозной полости перед его сжатием;

P_1 – давление воздуха в тормозной полости в процессе сжатия.

Из вышеизложенных данных, представленных на рисунках 1 и 3, следует, что характеристики продуктов горения пиротехнического состава, включающего алюминий и перхлорат калия, не подобны и к ним нельзя применить критерий подобия («растяжение» – из теории групп). В зависимости от исходных характеристик порошков алюминия данные математического ожидания сдвинуты от теоретически ожидаемых. Выше было отмечено, что значение «сдвига» в величине (RT) определяется

Рис. 3. Кривые нагрузки и поворота панели во времени
— нагрузка на шток; — угол поворота

количеством оксида или субоксида (AlO) в составе продуктов горения, и, естественно, имеют свои значения математического ожидания, отличные друг от друга. Если полученные характеристики по перемещению аэродинамической панели во времени не удовлетворительны, то используется другой тип пиропатрона или используют пиропатроны с конкретной фракцией алюминиевого порошка, и таким образом операция «перенос» («сдвиг») осуществляется предварительно до изготовления пиропатронов и их применения.

Величина «сдвига», представленная как перенос данных на графике, на практике определяется экспериментально по отклонениям исследуемого параметра, но может быть рассчитана и теоретически при знании всех физических и химических процессов, которые будут наблюдаться в каждом случае в исследуемых системах. Введение в анализ оператора «перенос» позволяет разнести наблюдаемые в экспериментах отклонения на технические, определяемые технологическими возможностями производства, и функциональные, которые исследуются известными методами физики и химии. Критерием востребованности методов теории групп в моделировании работы технических устройств служат данные по соответствию характеристик, полученные на модели и в реальном объекте. Отклонения выходных характеристик, не превышающие оговоренные потребителем машин, служат основанием ограничиться при моделировании методами подобия, то есть оператором «растяжение» теории групп (в методе Подобия этот прием назван «подобием»).

На практике вместо определения среднестатистического значения параметра находят его наибольшее (кривая **B** на рисунке 1) и наименьшее (кривая **D**) значения. По первой проводят моделирование с помощью оператора «растяжение» (метод подобия), по второй – определяют величину «сдвига» в операторе «перенос». При этом принимается (или доказывается), что в случае **B** наблюдается соответствие при протекании физических и химических процессов в модели и натурной установке. Методика определения наименьшего количества испытаний для определения

среднестатистического значения параметра была представлена в докладе А.М. Липанова, С.Д. Ваулина и И.Ф. Юрина [16].

Оператор «перенос» группы в детерминистическом методе описывается коэффициентом согласия. Этот коэффициент, обобщая первый и второй арифметические принципы (или выделяя его в отдельный) о неограниченной дробимости, М.К. Гребенча [17] говорит, что любую сумму чисел можно представить через некоторое число, выделенное из множества, умноженное на именованный коэффициент. Например, имеем

$$(A + B + C + \dots) = \alpha A, \quad (3)$$

где коэффициент $\alpha = (A + B + C + \dots)/A$, при этом $A \neq 0$.

Соотношение (3) при $A \neq 0$ справедливо как к натуральным, так и к комплексным числам. Преимущества такого представления «коэффициента согласия» позволяют соотнести с оператором теории групп «перенос» величину сдвига численно или изобразить результат расчета графически, в зависимости от числа факторов, влияющих на него: на прямой, плоскости или в n -мерном пространстве. В теории подобия, если величина сдвига находится в пределе ошибки, в таком представлении нет необходимости, и теория подобия в этом случае ограничивается только оператором группы «растяжение».

Выводы

1. В анализ горения топлива введен общий критерий подобия (прим-критерий) как отношение чисел Воббе для двигателя и для его модели, который фактически используется, но не оговаривается исследователями.
2. Дано обобщение первого и второго принципов арифметики для случая непропорциональной дробимости числа, которое использовано для разъяснения, каким образом оператор «перенос» используется при детерминистическом описании в методе подобия.
3. Оператор «перенос» позволяет исследовать ряд характеристик двигателя на твердом топливе с другими физическими характеристиками, такими как плотность, дисперсность компонентов и др.

4. Используемый при моделировании критерий «подобие» (применяется при исследовании только один оператор «растяжение» из теории групп) достаточен, если отклонения характеристик между двигателем и его моделью не превышают величин, оговоренных потребителем.

5. Если используется предварительно рассеянный на фракции один из компонентов в топливе, обеспечивая подобие выходной характеристики, тогда нет необходимости использовать при моделировании операцию «перенос». Предварительное фракционирование одного из компонентов в топливе перед его сжиганием в двигателе фактически является операцией «перенос» теории групп.

Список литературы

1. Корнер Дж. Внутренняя баллистика орудий, М.: Оборонгиз, 1962. 462 с.
2. Серебrenиков М.Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. М.: Оборонгиз, 1962. 703 с.
3. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: 1977. 440 с.
4. Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. М.: Иностранная литература, 1958. 566 с.
5. Уэллер А.Е. Принципы подобия в горении // В сб.: Вопросы горения ракетных топлив. М.: Иностранная литература, 1959. С. 332–346.
6. Крокко Л. Проблема моделирования ракетных двигателей // В сб.: Вопросы горения ракетных топлив. М.: Иностранная литература, 1959. С. 363–376.
7. Алиев А.В., Мищенко О.В. Математическое моделирование в технике. М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012. 475 с.
8. Дамкелер Г. Влияние потока и теплопередачи на производительность реакционных печей (аппаратов) // Успехи химии. 1938. Т. VII, вып. 5. С. 732–755.
9. Биркгоф Г. Гидродинамика. М.: Иностранная литература, 1963. 244 с.
10. Сарнер С. Химия ракетных топлив, М.: Мир, 1969. 488 с.
11. Wobbe G. La definizione della qualita del gas, in L'industria del gas e degli acquedotti. 1926. V. XV (15), no 11. P. 165–172.
12. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. М.: Мир, 1969. 395 с.
13. Головатенко В.Д., Головатенко А.В. Определение внутрибаллистических характеристик топлив на основе пиросмесей // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия Машиностроение. 2011. Вып. 18, № 31 (248). С. 31–33.
14. Де Марки. Изменчивость и воспроизводимость внутрибаллистических характеристик смеси алюминия и перхлората // Вопросы ракетной техники. 1966. № 7. С. 57–79. № 8. С. 59–70.
15. Кузнецов Ю.В., Кузнецов М.Ю. Сжатый воздух. Екатеринбург: УрО РАН, 2007.
16. Липанов А.М., Ваулин С.Д., Юрин И.Ф. Сокращение числа натурных испытаний пиропатронов путем использования математического моделирования. Материалы VI научно-технической конференции ОАО «ОКБ «Новатор». Екатеринбург, 2008. С. 58.
17. Гребенча М.К. Арифметика. М. – Л.: Гос. уч.-пед. изд-во министерства просвещения РСФСР, 1947. 315 с.

Об авторе

Головатенко Владислав Денисович – заслуженный конструктор России, кандидат технических наук, ведущий инженер-конструктор акционерного общества «ОКБ «Новатор», Екатеринбург, Российская Федерация. Область научных интересов: исследование импульсных процессов, протекающих при горении топлив в устройствах малой мощности систем автоматики летательных аппаратов.

Using the group analysis transfer operator in the method of similarity for studying the fuel combustion process in engines.

Golovatenko V. D.

Joint Stock Company Experimental Machine Design Bureau Novator, Yekaterinburg, Russian Federation

In this paper, we study modelling of the process of combustion of small quantities of a pyrotechnic mixture based on potassium perchlorate and aluminium powder in impulse devices (engines). The analysis of combustion processes includes an introduced general criterion (prime criterion) of similarity composed of Wobbe numbers that are determined for the engine and its model in the course of theoretical studies or experiments. Research data show that the transfer operator in the field of group theory is mostly used for describing the process of combustion of metallized pyrotechnic mixtures.

Keywords: combustion, engine, prime criterion of similarity, transfer operator, Wobbe number

Information about the author

Golovatenko Vladislav Denisovich – Honoured Designer of Russia, Candidate of Engineering Sciences, Chief Design Engineer, Joint Stock Company Experimental Machine Design Bureau Novator, Yekaterinburg, Russian Federation.

Science research interests: investigation of impulse processes developing during fuel combustion in low-power devices of aircraft automation systems.