https://doi.org/10.38013/2542-0542-2022-2-48-54
УДК 621.01:531

О видоизменении понятия ударного спектра и о его экспериментальном определении

И. С. Комаров, Я. А. Строгонов, В. А. Фельдштейн

Акционерное общество «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», Королев, Российская Федерация

Анализируется традиционное определение ударного спектра как характеристики нестационарного динамического нагружения при испытаниях конструкций. Отмечается, что заложенная в определение ударного спектра несвязанность ансамбля «пробных» осцилляторов эквивалентна физически некорректному предположению о том, что работа внешней нагрузки полностью преобразуется в энергию каждой моды, играющей роль осциллятора. В связи с этим предлагается видоизменение определения ударного спектра, заключающееся в замене несвязанных осцилляторов системой с распределенными параметрами, в которой имеет место перераспределение подводимой энергии по парциальным модам, характерное для реальных конструкций. Показано, что использование ударного спектра в принятой форме приводит к неоправданному завышению испытательных нагрузок. Предлагаемая корректировка понятия ударного спектра открывает также возможность его экспериментального определения.

Ключевые слова: испытания, ударные нагрузки, осциллятор, собственные частоты, обобщенные силы, ударный спектр, видоизменение, экспериментальное определение.

Для цитирования: Комаров И. С., Строгонов Я. А., Фельдштейн В. А. О видоизменении понятия ударного спектра и о его экспериментальном определении // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2022. № 2. С. 48–54. https://doi.org/10.38013/2542-0542-2022-2-48-54

For citation: Komarov I. S., Strogonov Ya. A., Feldstein V. A. On alteration of the shock response spectrum notion and its experimental definition // Vestnik Koncerna VKO “Almaz – Antey”. 2022. No. 2. P. 48–54. https://doi.org/10.38013/2542-0542-2022-2-48-54

Поступила 29.11.2021 *Отрецензирована* 11.12.2021 *Одобрена* 10.03.2022 *Опубликована* 17.05.2022

При испытаниях конструкций на воздействие апериодических динамических нагрузок ударного характера широко используется способ задания внешней нагрузки в форме ударного спектра (shock response spectrum, SRS). Ударный спектр (УС) в его каноническом определении [1] характеризует реакцию «пробного» осциллятора на внешнее воздействие в зависимости от его собственной частоты. Под реакцией понимается максимальное ускорение, приобретаемое инерционным элементом осциллятора, как функция его собственной частоты. Ударный спектр в таком понимании вошел в нормативные документы, регламентирующие его использование при назначении испытательных режимов [2, 3].

В определение УС заложены представления о том, что система (объект испытаний), характеризуемая спектром собственных частот, может рассматриваться как ансамбль (набор) осцилляторов, и суммарная реакция системы на внешнее виброударное воздействие может характеризоваться «огибающей» реакций осцилляторов, которые различны из-за различия собственных частот. Первое из них имеет глубокую физическую основу: именно такими ансамблями являются системы с конечным числом степеней свободы, а колебания систем с распределенными параметрами так же

© Комаров И. С., Строгонов Я. А., Фельдштейн В. А., 2022

представимо суперпозицией «осцилляторов» – мод, или собственных функций. Второе представление менее обосновано, по крайней мере, по двум причинам. Прежде всего в определении УС используется нелинейная операция вычисления максимума функции, поэтому УС является неаддитивной характеристикой: УС суммы воздействий не равен сумме УС, вычисленных для каждого из них. Далее: в традиционном определении УС осцилляторы независимы и каждый из них «поодиночке» полностью воспринимает всю энергию внешнего воздействия. Очевидно, однако, что в реальных объектах испытаний, представляющих собой систему с многими степенями свободы или с распределенными параметрами, сообщаемая извне энергия распределяется между собственными модами системы. Поэтому традиционное определение УС страдает очевидными недостатками и его использование на практике может приводить к методической погрешности в определении испытательных нагрузок, во всяком случае, применительно к конструкциям, в силовой схеме которых преобладающую роль играют распределенные системы типа оболочек или балок. При этом, как будет показано ниже, эта погрешность ведет к их неоправданному завышению. Тем не менее в публикациях, касающихся идентификации ударных воздействий, например в [4, 5], высказанные обстоятельства не обсуждаются.

В традиционном определении УС не уточняется однозначно, что следует понимать под «пробным» осциллятором: один, частота которого изменяется и мысленный эксперимент проводится многократно, или же ансамбль разночастотных осцилляторов, участвующих в единственном мысленном опыте. Последний вариант в принципе позволил бы учесть и второй из упомянутых факторов, однако при этом возникает трудноразрешимый вопрос о распределении подводимой энергии по несвязанным осцилляторам.

Неаддитивность УС в общем виде неустранима, тогда как «независимость» осцилляторов может быть уточнена. Суть предлагаемого уточнения состоит в том, чтобы вместо реакции ансамбля независимых осцилляторов рассматривать реакцию системы с распределенными параметрами, например балку, в которой моды, играющие роль осцилляторов, взаимосвязаны. В этом случае работа внешней нагрузки распределяется между модами и их реакция определяется двумя факторами: частотным различием динамической податливости и различием обобщенных сил. Первый фактор учитывается и при традиционном определении УС, а второй – нет. Видоизменение понятия УС позволило бы учесть отмеченное обстоятельство и приблизить имитацию нагружения конструкций при испытаниях к реальной нагрузке.

Рассмотрим на простых моделях вопрос о том, как соотносятся реакции отдельных несвязанных осцилляторов на внешнее нагружение и реакции отдельных мод распределенной системы. Чтобы охарактеризовать методическую погрешность, вносимую в задание нагрузки с использованием традиционного УС, достаточно ограничиться наиболее простыми моделями распределенных систем; трудно представить, что с более сложными реальными системами дело обстоит благополучнее.

В качестве моделей рассмотрим упругие системы, у которых при известных условиях формами колебаний являются функции вида:

$$u_n(x) = \sin\frac{\pi n x}{l}. \qquad (1)$$

Таковыми являются, например, прямолинейные или кольцевые стержни [6], которые могут заменить в качестве «приборов» ансамбль осцилляторов. При испытаниях на ударные нагрузки, как правило, внешние силы локализованы в пространстве, поэтому естественно считать, что погонная нагрузка (тангенциальная или поперечная) приложена симметрично относительно сечения $x = x_0$ на малом отрезке длиной d, который целиком помещается в пролете ($l - d/2 > x_0 >> d/2$):

$$p(x, t) = p_{\max} H(d/2 - |x - x_0|) f(t).$$

Нагружение возбуждает в стержне нестационарные волны, представимые разложением по формам колебаний (1):

$$u = \sum_{n=1,2,3...} q_n(t) u_n(x).$$

с коэффициентами, удовлетворяющими уравнениям:

$$\ddot{q}_n + \frac{\omega_n}{\eta}\dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = Z_n f(t).$$

Демпфирование учтено в общепринятой форме линейного вязкого трения с условной постоянной добротностью (η = 10) на всех частотах. Уравнения (2) приведены к безразмерному виду; в качестве единиц измерения приняты:

$$[t] = 1 / \omega_1,\ [q] = p_{\max} / m\omega_1^2,$$

где ω_1 – минимальная собственная частота, m – погонная масса стержня. При таком выборе единиц измерения собственные частоты продольных колебаний $\omega_n = n$, а поперечных $\omega_n = n^2$. Коэффициент

$$Z_n = \frac{4}{\pi n}\sin\pi n\xi \sin\frac{\pi}{2}n\delta,\ \xi = \frac{x_0}{l},\ \delta = \frac{d}{l}, \quad (3)$$

определяет распределение обобщенных сил по парциальным модам и поэтому должен определять степень различия между ударными спектрами в традиционном и видоизмененном определениях (далее, соответственно, УС 1 и УС 2) при любых законах изменения нагрузки во времени. В силу принятого условия δ << ξ зависимость $Z_n(n)$ представляет собой затухающие колебания с высокой частотой πξ, модулированные синусоидой малой частоты πδ/2. На рисунке 1 приведена характерная зависимость $|Z_n(n)|$, рассчитанная для δ = 0,1, ξ = 0,3. Общее затухание обусловлено убыванием обобщенных сил как $Q_n \sim 1 / n$, а нули – ортогональностью собственных функций u_n и распределения внешних сил $p(x, t)$, возникающей при определенных сочетаниях ширины и локализации нагруженной области внутри пролета.

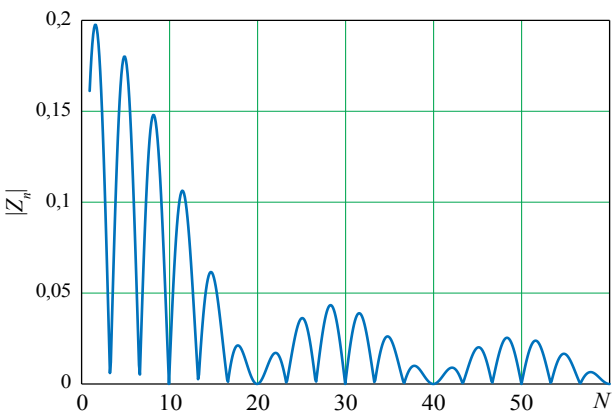


Рис. 1. Распределение обобщенных сил по парциальным осцилляторам
— $Z_n(\xi, \delta)$, ξ = 0,3, δ = 0,1

Существенно, что коэффициент распределения значительно меньше единицы, что должно привести к значительному расхождению УС 1 и 2, получаемых на основе модели несвязанных осцилляторов и более физически адекватной модели, учитывающей распределение энергии, поступающей в объект испытаний, по частотам. В свою очередь, это должно проявиться в завышении испытательных режимов, назначаемых в форме традиционного УС. Едва ли этот вывод качественно изменится при усложнении модели системы с распределенными параметрами по сравнению с рассмотренными.

Чтобы непосредственно проиллюстрировать это различие, сопоставим ударные спектры 1 и 2 типа, рассчитанные для характерных видов динамических нагрузок, приведенных в руководствах и нормативных документах, в частности – для полуволны синусоиды $f(t) = \sin(\pi\frac{t}{T}H(T-t))$. Решение уравнений (2):

$$q_n(t) = \frac{Z_n}{\lambda_n}\int_0^t f(\zeta)\, e^{-\frac{\omega_n}{2\eta}(t-\zeta)} \sin\lambda_n(t-\zeta)\, d\zeta,$$

$$\lambda_n = \omega_n\sqrt{1-\frac{1}{4\eta^2}}\ .$$

Если пренебречь величинами $O(1/\eta^2)$, то ускорение равно:

$$\ddot{q}_n(t) = Z_n f(t) - Z_n\omega_n\int_0^t f(\zeta)\, e^{-\frac{\omega_n}{2\eta}(t-\zeta)}\left(\sin\omega_n(t-\zeta) + \frac{1}{\eta}\cos\omega_n(t-\zeta)\right)d\zeta. \quad (4)$$

Решение для УС первого типа получается отсюда при $Z_n = 1$. Номер гармоники n связан с собственными частотами прямолинейного стержня при продольных ($n = \omega_n l/\pi c$) и поперечных ($n = l\sqrt{\omega_n / \pi^2 rc}$) колебаниях (здесь $c = \sqrt{E/\rho}$ – скорость продольных волн, $r = \sqrt{J/F}$ – радиус инерции сечения стержня). Аналогичные соотношения имеют место для колебаний круговых колец в своей

плоскости, соответственно: $n = \omega_n R/c$ и $n = R\sqrt{\omega_n / rc}$.

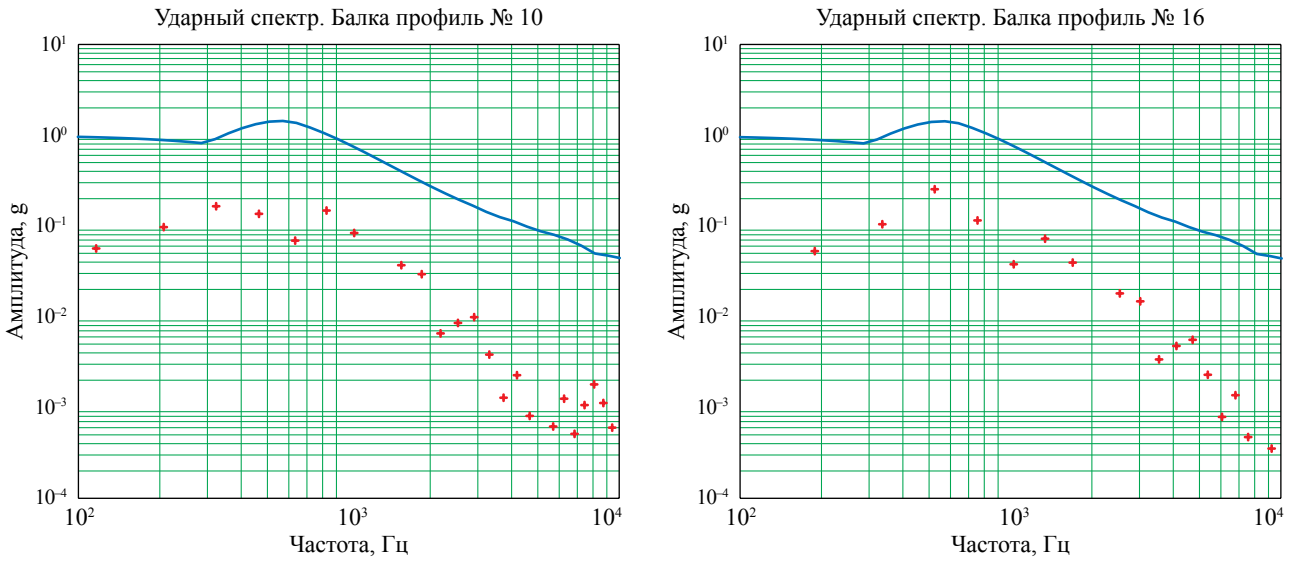
Традиционное определение УС основано на мысленном эксперименте с осциллятором и не предполагает фактического экспериментального определения в опытах с физическими маятниками. Такой эксперимент при его принципиальной простоте затруднителен в реализации, хотя бы из-за сложностей изготовления маятника с собственной частотой порядка нескольких кГц и который при этом можно было бы считать системой с сосредоточенными параметрами. Вместе с тем экспериментальное определение УС могло бы найти практическое применение, например, если регистрация испытательной нагрузки затруднена и расчет УС не может быть выполнен.

Оценим возможность непосредственного экспериментального определения ударного спектра в предлагаемом смысле. Если в качестве «прибора», заменяющего ансамбль осцилляторов, использовать стандартные двутавровые балки профилей № 10 или 16 длиной 5 м, то их низшие частоты изгибных колебаний составят соответственно 12,9 и 20,8 Гц. Следовательно, актуальный диапазон частот 0,1–10,0 кГц перекрывается в этих балках гармониками в диапазонах $n = 3 \div 28$ и $n = 2 \div 22$.

На рисунке 2 приведен расчет для нагрузки, изменяющейся во времени по полуволне синусоиды с длительностью $T = 0{,}001$ с при $\delta = 0{,}1$, $\xi = 0{,}3$. Синяя линия – УС 1, красные точки – УС 2. Как видно, кривая УС 1 располагается существенно выше, чем аналогичная кривая УС 2, особенно на высоких частотах.

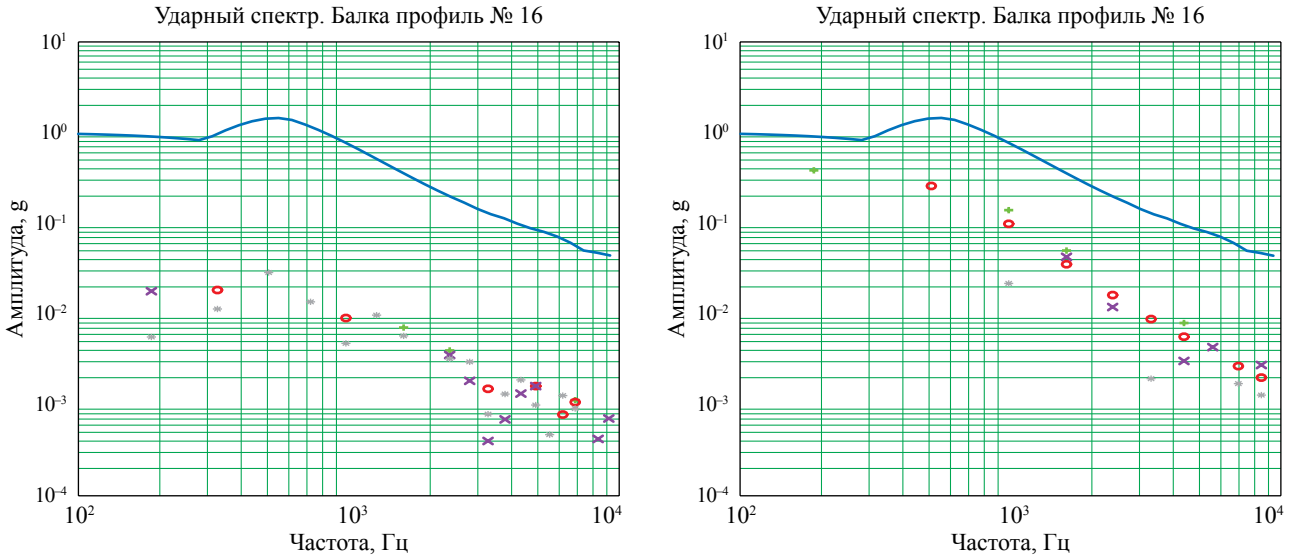
Очевидно, что коэффициент распределения зависит от ширины области нагружения, характеризуемой параметром δ и от ее расположения в пролете, задаваемого координатой ее центра ξ. Представление о степени этой неизбежной зависимости дают графики на рисунке 3. Как видно, разброс достаточно заметный, однако он все же меньше, чем отличие некоторого усредненного УС 2 от УС 1.

Для экспериментального подтверждения изложенных выше недостатков традиционного определения УС проведен модельный эксперимент. В эксперименте использовалась стальная балка длиной $l = 3{,}8$ м, опертая по краям. Момент инерции сечения балки $J = 8{,}9 \times 10^{-6}$ м^4, площадь поперечного сечения $F = 0{,}01$ м^2. Нагружение осуществлялось в середине пролета с использованием взрывного источника энергии. В процессе эксперимента регистрировались профиль нагрузки и отклик балки в виде нестационарного затухающего процесса.



а б

Рис. 2. Ударные спектры УС 1 и УС 2 для полуволны синусоиды; $\delta = 0{,}1$, $\xi = 0{,}3$, $T = 0{,}001$ с.
— – УС № 1 $G(f)$; + – УС № 2 $G(Z_n(\xi, \delta), f)$, $\xi = 0{,}3$, $\delta = 0{,}1$



а б

Рис. 3. УС 2 сильно локализованной нагрузки при различных точках приложения (А);
УС симметричной нагрузки при различных размерах области нагружения (Б)
— УС № 1 $G(f)$; + УС № 2 $G(Z_n(\xi, \delta), f)$, $\xi = 0{,}5$, $\delta = 0{,}01$; ○ УС № 2 $G(Z_n(\xi, \delta), f)$, $\xi = 0{,}4$, $\delta = 0{,}01$;
✳ УС № 2 $G(Z_n(\xi, \delta), f)$, $\xi = 0{,}3$, $\delta = 0{,}01$; × УС № 2 $G(Z_n(\xi, \delta), f)$, $\xi = 0{,}15$, $\delta = 0{,}01$

На рисунке 4 приведены результаты обработки экспериментальных данных. Для наглядности графики представлены в абсолютных величинах и без учета первого слагаемого в уравнении (4). Кривые 1, 2 – ударные спектры типа УС 1, рассчитанные для нагрузки типа полуволны синуса и для измеренного отклика балки. Кривая 3 – ударный спектр типа УС 2, рассчитанный по (3), (4).

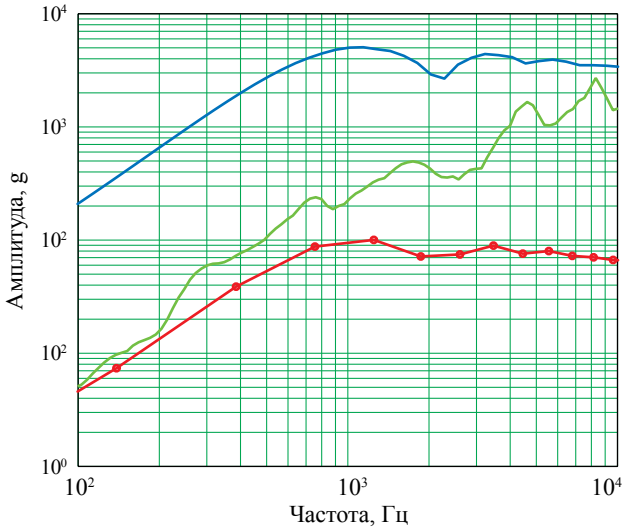


Рис. 4. Расчетный УС 1 для полуволны (кривая 1), расчетный УС 1 для отклика балки в эксперименте (кривая 2), расчетный УС 2 (кривая 3)
— УС № 1 (нагрузка); — УС № 2 (эксперимент); — УС № 3 (расчет)

Из изложенного выше видоизменения определения ударного спектра в принципе вытекает возможность экспериментального определения УС. В зависимости от специфики объекта испытаний можно выбрать ту или иную из упомянутых выше систем: прямолинейный или кольцевой стержень, в котором возбуждаются преимущественно продольные или изгибные волны (имитатор реального объекта испытаний). Измерение ускорений в контрольных точках и выделение амплитуд на резонансных частотах узкополосной фильтрацией дает дискретное представление ударного спектра. Отметим, что при этом в имитаторе будет естественно проявляться демпфирование, причем в более реальной форме, нежели вязкое трение с условной фиксированной добротностью. Высказанная возможность и ее практическая реализация выходят за рамки настоящей статьи и могут стать предметом специального экспериментально-теоретического исследования.

Выводы

По результатам проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

- традиционное определение ударного спектра страдает очевидным физическим

несоответствием, так как, будучи основано на модели несвязанных осцилляторов, неизбежно предполагает, что работа внешней нагрузки полностью переходит в энергию каждого из парциальных осцилляторов, тогда как в реальной системе (объекте испытаний) эта работа распределяется между степенями свободы или модами;

- предложено видоизменение понятия ударного спектра, основанное на замене ансамбля несвязанных осцилляторов более физически адекватной системой с распределенными параметрами, в которой подводимая при нагружении энергия распределяется между парциальными модами;

- проведенный анализ показал, что использование ударного спектра в традиционном определении для назначения испытательных нагрузок приводит к их необоснованному завышению;

- предлагаемое видоизменение ударного спектра открывает реальную возможность его прямого экспериментального определения;

- необходимо проведение дополнительных экспериментально-теоретических исследований с целью совершенствования методов и нормативной базы ударных испытаний конструкций.

Список литературы

1. Челомей В. Н. (ред.). Вибрации в технике. Т. 5. Измерения и испытания. М.: «Машиностроение», 1981.

2. ГОСТ 31418-2010. Методы испытаний на стойкость к механическим внешним воздействующим факторам машин, приборов и других технических изделий. Испытания с воспроизведением ударного спектра.

3. ГОСТ 53190-2008. Методы испытаний на стойкость к механическим воздействующим факторам машин, приборов и других технических изделий. Испытания на удар с воспроизведением ударного спектра. М.: Стандартинформ, 2010, 33 с.

4. Каразин В. И., Колесников С. В., Литвинов С. Д., Суханов А. А., Хлебосолов И. О. Особенности моделирования и воспроизведения ударных воздействий // Теория машин и механизмов. 2013. № 2 (11). С. 55–64.

5. Субботин С. Т., Мельникова А. Ю. Спектральные характеристики для сравнения и идентификации ударных нагрузок. Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2009. № 12 (75). С. 53–56.

6. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: «Машиностроение», 1985.

Об авторах

Комаров Илья Сергеевич – кандидат технических наук, начальник Комплекса прочности акционерного общества «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», Королев, Российская Федерация.
Область научных интересов: прочность летательных аппаратов.

Строгонов Ярослав Андреевич – младший научный сотрудник акционерного общества «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», Королев, Российская Федерация.
Область научных интересов: прочность летательных аппаратов.

Фельдштейн Валерий Адольфович – доктор технических наук, главный научный сотрудник акционерного общества «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», Королев, Российская Федерация.
Область научных интересов: прочность летательных аппаратов.

On alteration of the shock response spectrum notion and its experimental definition

Komarov I. S., Strogonov Ya. A., Feldstein V. A.

Joint Stock Company Central Research Institute for Machine Building, Korolev, Russian Federation

The paper analyses the traditional definition of shock response spectrum as a nonstationary dynamic loading parameter for structural tests. It is noted that as an inherent part of the shock response spectrum definition, the incoherence of an ensemble of “test” oscillators is equivalent to the physically incorrect assumption that the work of external load is completely transformed into the energy of each mode performing the function of oscillators. In this respect, we suggest the shock response spectrum must be redefined so that uncoupled oscillators are replaced with a system with distributed parameters where the energy input is redistributed among partial modes, which is a typical feature of real structures. The paper proves that the use of shock response spectrum in the assumed form results in an unreasonable increase in test loads. The proposed correction of the notion of shock response spectrum also gives an option for its experimental definition.

K*eywords:* tests, shock loads, oscillator, natural frequencies, generalized forces, shock response spectrum, alteration, experimental definition.

Information about the authors

Komarov Ilia Sergeevich – Candidate of Engineering Sciences, Head of Structural Engineering Complex, Joint Stock Company Central Research Institute for Machine Building, Korolev, Russian Federation.
Science research interests: aircraft structural strength

Stronogov Yaroslav Andreevich – Junior Researcher, Joint Stock Company Central Research Institute for Machine Building, Korolev, Russian Federation.
Science research interests: aircraft structural strength

Feldstein Valery Adolfovich – Doctor of Engineering Sciences, Senior Researcher, Joint Stock Company Central Research Institute for Machine Building, Korolev, Russian Federation.
Science research interests: aircraft structural strength