



УДК 621.371

И. Л. Нагорных, Н. Д. Баженов

## О сверхразрешении по дальности в радиолокаторе со многими несущими. Моделирование и эксперимент

Приведены результаты моделирования работы радиолокатора, зондирующий сигнал которого представляет собой набор из 16 ортогональных несущих. Для определения дальности в таком радиолокаторе применен алгоритм *MUSIC*, относящийся к методам сверхразрешения. Показано, что алгоритм *MUSIC* позволяет повысить разрешающую способность радиолокатора по дальности в 4–8 раз по сравнению с традиционным методом, основанным на преобразовании Фурье, в диапазоне 0–20 дБ отношений сигнал – шум. Экспериментальным путем проведена верификация разработанных моделей.

**Ключевые слова:** OFDM радиолокатор, разрешение по дальности, алгоритм *MUSIC*.

### Введение

Одна из особенностей тактики применения беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) заключается в возможности формирования большой группы (роя) БПЛА. Обнаружение и распознавание такой групповой цели требует от радиолокатора высокого разрешения по координатам целей и прежде всего по дальности. Под разрешающей способностью по дальности будем понимать минимальное расстояние между двумя находящимися на одном направлении целями, при котором эти цели наблюдаются раздельно.

Радиолокатор, зондирующий сигнал которого содержит ансамбль ортогональных сигналов, разнесенных по частоте (его распространенное наименование – *OFDM*-радиолокатор (*orthogonal frequency division multiplexing*) – ортогональное частотное разделение каналов с мультиплексированием), представляется перспективным для обнаружения низколетящих малоразмерных БПЛА.

Традиционно [1], в *OFDM*-радиолокаторе вычисление дальности осуществляется с помощью преобразования Фурье. В этом случае повышения разрешения по дальности можно добиться лишь увеличением полосы сигнала, что не всегда возможно. В настоящей работе для повышения разрешающей способности по дальности рассматривается применение алгоритма *MUSIC* (*multiple signal classification*) [2].

### Принцип работы OFDM-радиолокатора

Полоса частот в *OFDM*-радиолокаторе содержит  $N$  несущих, равномерно отстоящих друг от друга по частоте (далее – поднесущие). Поднесущие ортогональны по отношению друг к другу, если разность частот между соседними поднесущими кратна  $\Delta f = \frac{1}{T}$ , где  $T$  – длительность одного радиоимпульса. Для формирования сигнала на передачу, содержащего  $N$  поднесущих, вводится матрица модулирующих комплексных символов

$$\mathbf{F}_{tx} = \{a_{n,m}\}_{n=0\dots N-1}^{m=0\dots M-1}, \quad (1)$$

где  $a_{n,m}$  –  $m$ -й модулирующий символ на  $n$ -й поднесущей;

$M$  – количество символов в пакете.

Зондирующий сигнал образуется посредством обратного дискретного преобразования Фурье каждого столбца матрицы  $\mathbf{F}_{tx}$ . Отраженному от цели и принятому сигналу проводят симметричную операцию – прямое преобразование Фурье (формируется матрица  $\mathbf{F}_{rx}$  той же размерности, что и  $\mathbf{F}_{tx}$ ), и дальнейшая обработка принятого радиолокационного сигнала осуществляется в частотной области.

Для последующего изложения введем матрицу  $\mathbf{F}$ , такую что:

$$(\mathbf{F})_{k,l} = \frac{(\mathbf{F}_{rx})_{k,l}}{(\mathbf{F}_{tx})_{k,l}} (k = 0\dots N-1, l = 0\dots M-1). \quad (2)$$

Элементы матрицы  $\mathbf{F}$  сигнала, отраженного от  $H$  целей, можно записать как [1]:



$$(\mathbf{F})_{k,l} = \sum_{h=0}^{H-1} b_h e^{j2\pi T_0 f_{D,h} l} e^{-j2\pi \nu_h k \Delta f} e^{j\phi_h} + (\mathbf{Z})_{k,l}, \quad (3)$$

где  $b_h$  – коэффициент, определяющий снижение амплитуды сигнала при его распространении к цели и обратно;

$e^{j2\pi T_0 f_{D,h} l}$  – множитель, обусловленный частотой Доплера  $f_{D,h}$  ( $T_0$  – полная длительность последовательности из  $N$  символов);

$e^{-j2\pi \nu_h k \Delta f}$  – множитель, обусловленный сдвигом фаз вследствие распространения сигнала к цели и обратно;

$e^{j\phi_h}$  – константа;

$(\mathbf{Z})_{k,l}$  – шум приемника.

Применив прямое преобразование Фурье к столбцам матрицы  $\mathbf{F}$ , а затем обратное преобразование Фурье к строкам матрицы  $\mathbf{F}$ , получим двумерную периодограмму  $Per_F$  размерностью  $N_{Per} \times M_{Per}$  ( $N_{Per} \geq N, M_{Per} \geq M$ ). Элементы периодограммы, вычисленные с помощью прямого и обратного преобразований Фурье, можно записать как [1, 3]:

$$Per_F(n, m) = \frac{1}{NM} \left| \sum_{k=0}^{N_{Per}-1} \left( \sum_{l=0}^{M_{Per}-1} (\mathbf{F})_{k,l} e^{-j2\pi \frac{lm}{M_{Per}}} e^{j2\pi \frac{kn}{N_{Per}}} \right) \right|^2,$$

$$n = 0, \dots, N_{Per} - 1,$$

$$m = \frac{-M_{Per}}{2}, \dots, \frac{M_{Per}}{2} - 1.$$

По локальным максимумам периодограммы вычисляются дальность  $d$  и скорость  $v$  целей:  $d = \frac{nc_0}{2\Delta f N_{Per}}$ ,  $v = \frac{mc_0}{2f_c T_0 M_{Per}}$ , где  $f_c$  – частота центральной несущей. Кроме того, при расчете периодограммы могут применяться интерполяция и оконное взвешивание [1].

Искомые координаты цели также могут быть вычислены с помощью алгоритма *MUSIC* путем нахождения псевдоспектра. Пусть количество обнаруживаемых целей составляет  $L$ , при этом  $L < N$ . Определим ковариационную матрицу  $\mathbf{R}_{FF} = \frac{1}{M} \mathbf{F} \mathbf{F}^H$  (размерностью  $N \times N$ ), где индекс  $H$  означает эрмитово сопряжение. Пусть  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$  – собственные значения матрицы  $\mathbf{R}_{FF}$ , отсортированные по убыванию:  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{N-1}$ . В этом случае говорят, что связанные с собственными значениями  $\lambda_1, \dots, \lambda_L$  собственные вектора  $\{\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_L\}$  образуют сигнальное подпространство, а связанные с собственными значениями  $\lambda_{L+1}, \dots, \lambda_N$  собственные вектора  $\{\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{N-L}\}$  образуют шумовое подпространство. Обозначим матрицу собственных векторов шумового подпространства  $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{N-L}]$ , также введем обозначение  $\mathbf{a}(\omega) = [1e^{-i\omega} e^{-i(N-1)\omega}]^T$  ( $\omega$  – частоты искомого псевдоспектра). Тогда  $\mathbf{a}^H(\omega) \mathbf{G} \mathbf{G}^H \mathbf{a}(\omega) = 0$  для всех частот  $\{\omega_k\}_{k=1}^L$  псевдоспектра, соответствующих дальностям до  $L$  целей. Для наглядности графически будем отображать псевдоспектр как  $10 \log_{10} \left( \frac{1}{\mathbf{a}^H(\omega) \mathbf{G} \mathbf{G}^H \mathbf{a}(\omega)} \right)$ .

Аналогичным образом вычисляются скорости целей, но при этом выражение для ковариационной матрицы имеет вид  $\mathbf{R}_{FF} = \frac{1}{N} \mathbf{F}^H \mathbf{F}$ .

### Описание математической модели радиолокатора

Блок-схема математической модели приведена на рис. 1. Данные матрицы  $\mathbf{F}_x$  поступают на блок обратного преобразования Фурье, после чего добавляется защитный интервал для устранения межсимвольной интерференции. После цифро-аналогового преобразования (ЦАП), переноса на СВЧ несущую и усиления

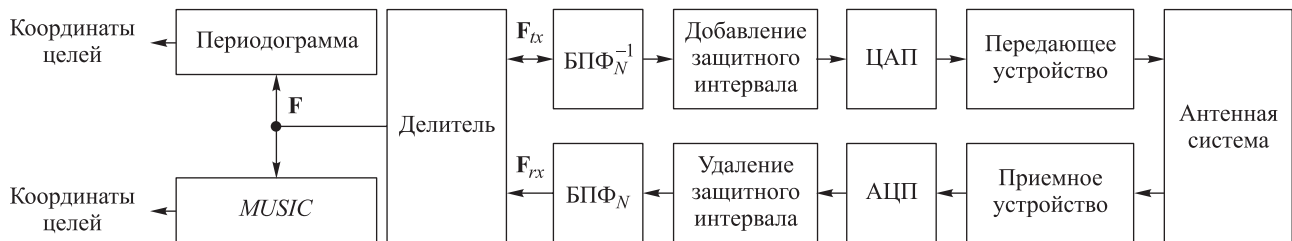


Рис. 1. Блок-схема модели радиолокатора



(в передающем устройстве) сигнал через антенну излучается в пространство. Отраженный от целей и местных предметов сигнал через антенную систему поступает в приемное устройство, в котором усиливается и переносится на промежуточную частоту. После аналого-цифрового преобразования (АЦП) удаляется защитный интервал, проводится процедура прямого преобразования Фурье и осуществляется вычисление координат с помощью периодограммы и алгоритма *MUSIC*.

Определение необходимого количества поднесущих выполнено по следующему алгоритму. Пусть заданные значения полосы сигнала и максимальной частоты Доплера обнаруживаемых целей составляют 20 МГц и 100 кГц соответственно. Для обеспечения ортогональности поднесущих отраженного сигнала примем, что частота Доплера не должна превышать одной десятой доли от разности частот соседних поднесущих. Исходя из этого, максимальное число поднесущих в выбранном частотном диапазоне не может превышать 20. Максимальное целое число степени 2, не превышающее максимальное число поднесущих, составляет 16.

Количество символов  $M$  в пакете должно быть достаточным, чтобы размер выборки обеспечил устойчивое решение *MUSIC* алгоритма и удовлетворял заданному времени обнаружения цели. Значения  $N = 16$  и  $M = 512$  являются приемлемыми для обеспечения обозначенных требований. Эти и другие параметры модели выбраны в том числе из необходимости дальнейшей экспериментальной проверки возможностей такого радиолокатора. Параметры модели приведены в табл. 1.

Отношение сигнал – шум определялось как

$$\text{ОСШ} = \frac{P_{\text{прм}}}{kTB\overline{\text{КШ}}},$$

где  $P_{\text{прм}}$  – мощность принятого (отраженного) сигнала;

$k$  – постоянная Больцмана;

$T$  – температура приемного устройства;

$B$  – полоса сигнала (частота дискретизации ЦАП, АЦП);

$\overline{\text{КШ}}$  – коэффициент шума приемного устройства.

Таблица 1

Параметры модели

Параметр	Обозначение	Значение
Частота центральной поднесущей	$f_c$	5,8 ГГц
Количество поднесущих	$N$	16
Полоса сигнала (частота дискретизации ЦАП/АЦП)	$B = N\Delta f$	20 МГц
Количество символов в пакете	$M$	512
Длительность одного символа	$T$	0,8 мкс
Длительность защитного интервала	$T_g$	0,8 мкс
Диапазон однозначно измеряемых скоростей	$v_{\text{max}}$	$\pm 8080$ м/с
Температура приемника	$T$	300 К
Коэффициент шума приемника	$\overline{\text{КШ}}$	4

Для оценки работы радиолокатора были рассмотрены две цели, имеющие одинаковую эффективную поверхность рассеяния и одинаковую скорость. Для исследований выбран следующий ряд расстояний между двумя целями:

$$\left\{ \frac{\Delta d}{8}, \frac{\Delta d}{4}, \frac{\Delta d}{2}, \Delta d, 2\Delta d \right\},$$

где  $\Delta d = \frac{c_0}{2B} = 7,5$  м.

При этом дальняя цель располагалась на дальности 100 м. Проверки проводились для отношений сигнал – шум ОСШ = 0 дБ, 10 дБ, 20 дБ. На рис. 2 приведены периодограммы (в координатах дальность – скорость) для ОСШ = 0 дБ при разнесении двух целей на  $\Delta d$  и  $2\Delta d$ . Очевидна возможность наблюдать цели отдельно лишь при их разнесении на  $2\Delta d$ .

На рис. 3 приведены псевдоспектры для ОСШ = 0 дБ при разнесении двух целей на  $\Delta d$  и  $2\Delta d$ , исходя из которых можно сделать заключение о возможности раздельного наблюдения целей в обоих случаях. Наилучшее разрешение с использованием алгоритма *MUSIC* получено при ОСШ = 20 дБ и составляет  $\frac{\Delta d}{4} = 1,88$  м (рис. 4).

Возможность раздельного наблюдения целей при различных условиях показана в табл. 2, 3. Из таблиц видно, что алгоритм *MUSIC* позволяет повысить разрешающую способность радиолокатора для ОСШ = 0 дБ

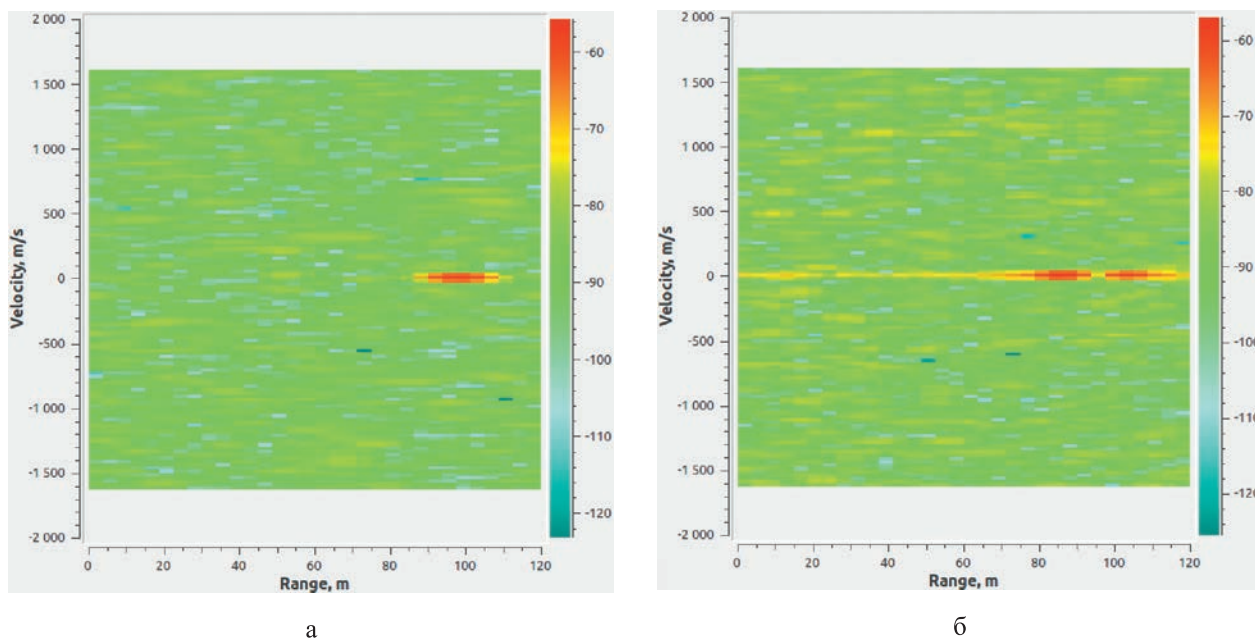


Рис. 2. Периодограммы (диаграммы дальность – скорость), вычисленные для ОСШ = 0 дБ:  
 а – при разнесении двух целей на  $\Delta d$  (7,5 м); б – при разнесении двух целей на  $2\Delta d$  (15 м)

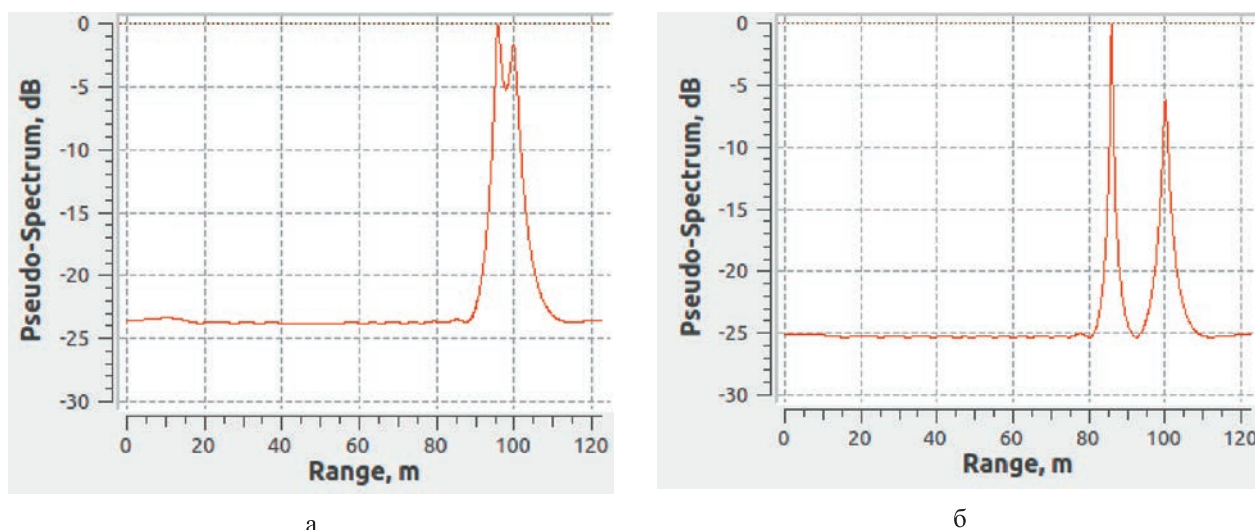


Рис. 3. Псевдоспектр, вычисленный методом *MUSIC* для ОСШ = 0 дБ:  
 а – при разнесении двух целей на  $\Delta d$  (7,5 м); б – при разнесении двух целей на  $2\Delta d$  (15 м)

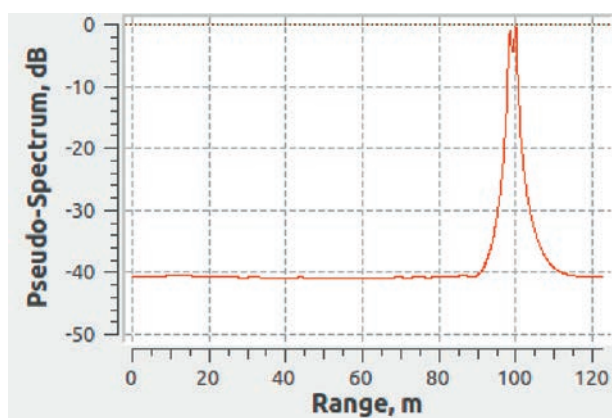


Рис. 4. Псевдоспектр, вычисленный методом *MUSIC* для ОСШ = 20 дБ при разнесении двух целей на  $\Delta d/4$  (1,875 м)

Таблица 2

Различимость двух близкорасположенных целей при оценке периодограммы

ОСШ, дБ	Разнесение целей				
	$1/8\Delta d$	$1/4\Delta d$	$1/2\Delta d$	$\Delta d$	$2\Delta d$
0	o	o	o	o	x
10	o	o	o	o	x
20	o	o	o	o	x

Примечание. x – цели различимы, o – неразличимы

Таблица 3

Различимость двух близкорасположенных целей алгоритмом *MUSIC*

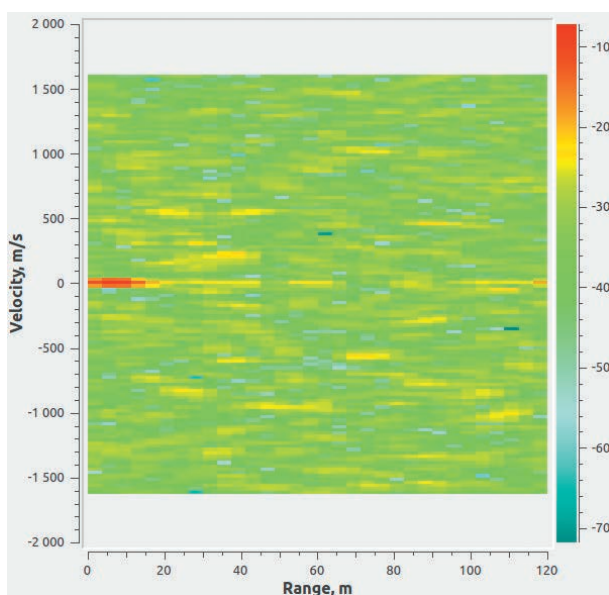
ОСШ, дБ	Разнесение целей				
	$1/8\Delta d$	$1/4\Delta d$	$1/2\Delta d$	$\Delta d$	$2\Delta d$
0	o	o	o	x	x
10	o	o	x	x	x
20	o	x	x	x	x

Примечание: x – цели различимы, o – неразличимы.

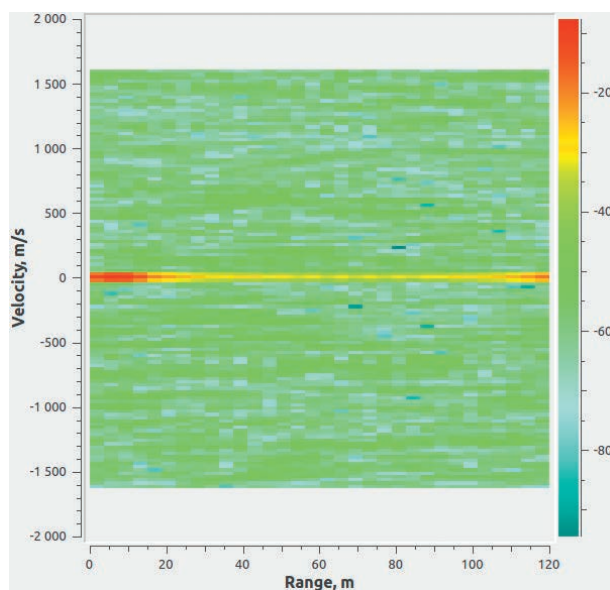
в 2 раза, для ОСШ = 10 дБ в 4 раза, для ОСШ = 20 дБ в 8 раз.

**Экспериментальная верификация моделей**

Экспериментальная работа проводилась с помощью макета, изготовленного в АО «ИЭМЗ «Купол». Макет содержал две разнесенные направленные антенны. Формирование сигнала на передачу и прием сигнала осуществлялись с помощью двух программно управляемых приемопередатчиков. Обработка принятого сигнала проводилась в режиме реального времени



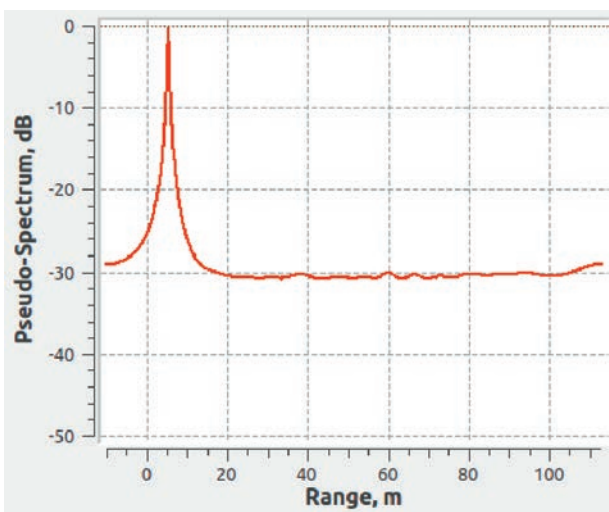
а



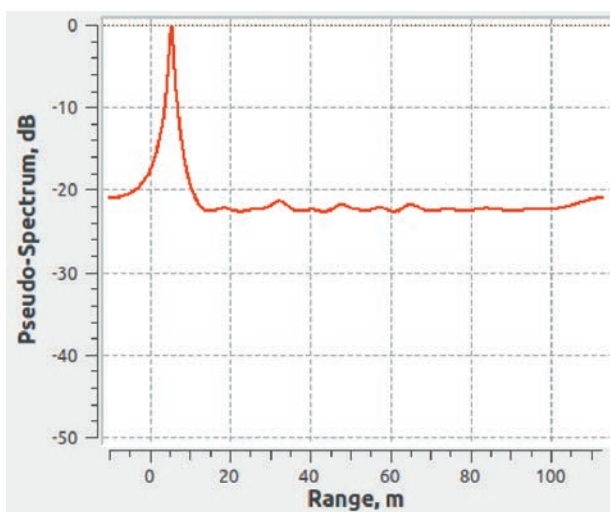
б

Рис. 5. Периодограммы:

а – полученные с помощью разработанной модели; б – полученные экспериментальным путем



а



б

Рис. 6. Псевдоспектры, вычисленные методом *MUSIC*:

а – полученные с помощью разработанной модели; б – полученные экспериментальным путем



на персональном компьютере с помощью открытой платформы *GnuRadio* [4].

В настоящей работе в качестве цели выступал местный предмет, расположенный в непосредственной близости от радиолокатора (5 м). На рис. 5, 6 представлены периодограммы и псевдоспектры, полученные с помощью разработанной модели и экспериментальным путем.

На рис. 5, 6 очевидно качественное согласие расчетных и экспериментальных данных. Количественное различие в спектрах на рис. 6 объясняется неидеальной развязкой между передатчиком и приемником, наличием шума в сигнале на передачу и др. В целом можно считать, что разработанные модели согласуются с экспериментальными результатами.

#### Заключение

Показано, что алгоритм *MUSIC* позволяет повысить разрешающую способность радиолокатора без изменения полосы сигнала. Вместе с тем алгоритм имеет ряд недостатков, один из которых заключается в следующем. При формировании псевдоспектров, соответствующих дальности и скорости нескольких целей, невозможно однозначно установить

взаимосвязь между дальностью и скоростью конкретной цели. Этого недостатка лишен метод периодограмм. Поэтому в задачах радиолокации, в которых необходимо одновременное измерение дальности и скорости, алгоритм *MUSIC* может рассматриваться как дополнение к основному методу периодограмм.

#### Список литературы

1. *Braun M.* OFDM Radar algorithms in mobile communication networks. Dissertation. Karlsruhe: Karlsruhe Institute of Technology, 2014. 176 p.
2. *Schmidt R. O.* Multiple emitter location and signal parameter estimation // IEEE Transactions on antennas and propagation. 1986. Vol. AP-34. № 3. Pp. 276–280.
3. *Stoica P. G., Moses R. L.* Spectral analysis of signals. Upper Saddle River. New Jersey: Prentice Hall, 2005. 447 p.
4. *Blossom E.* GNU Radio: Tools for Exploring the Radio Frequency Spectrum. Linux Journal. URL: <http://www.linuxjournal.com/article/7319> (дата обращения 20.09.2018).

Поступила 18.02.19

**Нагорных Иван Леонидович** – кандидат физико-математических наук, заместитель начальника научно-технического отдела Акционерного общества «Ижевский электромеханический завод «Купол», г. Ижевск.

Область научных интересов: радиотехнические системы специального назначения

**Баженов Никита Дмитриевич** – начальник конструкторского бюро научно-технического отдела Акционерного общества «Ижевский электромеханический завод «Купол», г. Ижевск.

Область научных интересов: радиотехнические системы специального назначения.

## On range super-resolution in a radar with many carriers.

### Simulation and experiment

The paper focuses on radar operation and the results of its simulation. The probing signal of the radar is a set of 16 orthogonal carriers. To determine the range in such radar, the *MUSIC* algorithm was applied, which relates to super-resolution methods. Findings of research show that the *MUSIC* algorithm makes it possible to increase the radar range resolution in the signal-to-noise 0–20 dB ratio by 4–8 times as compared with the traditional method based on the Fourier transform. The developed models were experimentally verified.

**Keywords:** OFDM radar, range resolution, *MUSIC* algorithm.

**Nagornykh Ivan Leonidovich** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Deputy Head of Scientific and Technical Department, Joint-stock Company Izhevsk electromechanical plant “Kupol”, Izhevsk.

Science research interests: special purpose radio engineering systems.

**Bazhenov Nikita Dmitrievich** – Head of Design Bureau, Scientific and Technical Department, Joint-stock Company Izhevsk electromechanical plant “Kupol”, Izhevsk.

Science research interests: special purpose radio engineering systems.