



## Повышение эффективности решения задачи целераспределения в системах воздушно-космической обороны

Рассмотрены методы решения задачи целераспределения для зенитных ракетных комплексов противоракетной обороны. Существенными особенностями рассматриваемой задачи являются скоротечность противоракетного боя и необходимость осуществлять подсвет целей на этапе самонаведения. Предложенные методы позволяют повысить эффективность решения задачи целераспределения за счет использования априорных данных по вероятностям поражения целей и оценки загрузки локатора в окрестности точек встречи на этапе планирования обстрела.

*Ключевые слова:* целераспределение, управление огнем, автоматизированная система управления, линейное программирование, зенитный ракетный комплекс.

### Введение

Для обеспечения эффективности ведения противоракетного боя и сокращения времени принятия решения в процессе планирования обстрела необходимо автоматизировать решение задач управления огнем зенитного ракетного комплекса (ЗРК). Использование автоматизированных алгоритмов управления огнем позволяет увеличить количество пораженных целей путем обеспечения оптимального порядка их обстрела.

За управление огнем в ЗРК отвечает алгоритм целераспределения, основными задачами которого являются ранжирование целей по степени их опасности, расчет координат точек встречи и назначение на цели огневых и информационных средств ЗРК. От качества решения задачи целераспределения зависит эффективность ЗРК при отражении налета атакующих целей.

### Постановка задачи

Противник осуществляет обстрел защищаемого объекта однотипными баллистическими боевыми блоками (целями), которые поочередно входят в зону действия средств ЗРК. Известны оценки векторов скорости  $V_i$  и координат  $R_i$  каждой из  $N$  обнаруженных целей налета,  $i = \overline{1, N}$ . Наведение зенитной управляемой ракеты (ЗУР) на цель состоит из двух этапов: командно-инерциального наведения по информации, получаемой от радиолокационной станции (РЛС), и этапа самонаведения, осуществляемого с помощью полуактивной головки самонаведения. Количество ресур-

сов, затрачиваемых РЛС на выполнение основных задач, ограничено и зависит от дальности до цели и дальности до ракеты, а также от этапа ее наведения.

Требуется максимизировать среднее количество пораженных целей, учитывая при этом опасность каждой из них и ограничение на ресурсы РЛС. В качестве критерия эффективности произведенного обстрела применяется критерий [1]

$$Q = \sum_{i=1}^N p_i k_i \rightarrow \max_{p_i}, \quad (1)$$

где  $p_i$  – вероятность поражения  $i$ -й цели;  
 $k_i$  – коэффициент опасности  $i$ -й цели.

Вероятности  $p_i$  зависят от уязвимости цели и координат точки встречи. Априорные данные по вероятностям поражения целей получены в работе [2]. В общем случае вероятность  $p_i$  в зоне поражения ЗРК различна. Исходя из этого, можно выделить зоны с высокой, средней и низкой вероятностью поражения. Таким образом, задача максимизации критерия (1) заключается в поиске оптимальных точек встречи (ТВ), в которых реализуется максимальная вероятность поражения цели и выполняются ограничения на ресурсы РЛС.

Отметим, что основные задачи целераспределения могут быть сведены к задаче назначения оптимальных точек встречи. Задачу (1) будем решать при допущении, что цели уже распределены между информационно-измерительными средствами, ракеты считаются однотипными, а различием географических координат пусковых установок можно пренебречь.



### Основные особенности задачи целераспределения для ЗРК противоракетной обороны

Приведем основные особенности задачи целераспределения для ЗРК противоракетной обороны (ПРО):

- скоротечность ведения противоракетного боя;
- необходимость подсвета целей на этапе самонаведения;
- неопределенность области падения цели;
- уменьшение зоны поражения цели в зависимости от типа цели.

Ввиду скоротечности ведения противоракетного боя, особенно в условиях массового налета целей, необходимо автоматизировать решение задачи целераспределения и учет ограничений на быстродействие используемых алгоритмов.

Во время этапа самонаведения ракеты происходит скачкообразное увеличение загрузки РЛС из-за необходимости осуществлять сопровождение ракеты и цели с большим темпом, а также обеспечивать подсвет цели. Как правило, для учета этой особенности время встречи назначают таким образом, чтобы на этапе самонаведения находилось не более одной цели. Однако это существенно сокращает «глубину» зоны поражения.

Неопределенность координат точки падения цели связана с начальными ошибками оценок ее координат и скорости, а также с отсутствием данных о баллистическом коэффициенте. Таким образом, при оценке опасности цели для защищаемого объекта используются вероятностные характеристики его поражения, а также учитывается время до точки падения цели.

При работе по малоразмерным высокоскоростным целям «глубина» зоны обнаружения и зоны поражения уменьшается, что создает существенные сложности при решении задачи целераспределения. В результате могут возникать пропуски целей даже при наличии свободных огневых и информационных средств ЗРК.

### Методы решения задачи целераспределения

Рассмотрим три метода решения задачи целераспределения для ЗРК ПРО. Первый метод решения заключается в ранжировании целей по многокритериальному показателю опасности, зависящему от следующих параметров: время, оставшееся на обстрел целей, опасность цели для защищаемого объекта и др. Ранжирование целей по нескольким критериям производится по методу последовательных уступок [3]. Далее для самой опасной цели назначается первая возможная точка встречи, для следующей по опасности цели происходит назначение ТВ с учетом разнесения времени встречи для разных целей на время этапа самонаведения.

Преимущества данного метода – высокая скорость работы и простота реализации. Недостатком является неоптимальность найденных решений по показателю (1) в общем случае.

Второй метод решения задачи целераспределения основан на формировании матрицы назначения [4, 5], описывающей пространство принимаемых решений для максимизации критерия (1). Вид матрицы представлен в таблице.

Размер матрицы назначения равен  $n \times m$ , где  $n$  – количество целей, сопровождаемых РЛС и не назначенных на ракеты;  $m$  – количество возможных для назначения времен ТВ

Матрица назначения

Время встречи \ Номер цели	$t_1$	$t_2$	...	$t_m$
1	$P_{11}$	$P_{12}$	...	$P_{1m}$
2	$P_{21}$	$P_{22}$	...	$P_{2m}$
⋮	⋮	⋮	...	⋮
$n$	$P_{n1}$	$P_{n2}$	...	$P_{nm}$



с учетом разнесения их на время этапа самонаведения ( $\Delta t$ ). Здесь также  $t_1$  и  $t_m$  – наиболее раннее и наиболее позднее время встречи для всех  $n$  целей соответственно. Времена  $t_1$  и  $t_m$  вычисляются путем интегрирования уравнений движения целей на пассивном участке траектории [6] и решения уравнения временного баланса полета цели и ракеты до ТВ;  $t_{j+1} = t_j + \Delta t, j = 1, \dots, m - 1$ .

Компоненты матрицы назначения вычисляются по формуле

$$P_{ij} = p_{ij}k_i,$$

где  $p_{ij}$  – вероятность поражения  $i$ -й цели в момент встречи  $t_j$ ;

$k_i$  – коэффициент опасности  $i$ -й цели.

Тогда решение задачи (1) монотонно связано с решением задачи линейного программирования:

$$W = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P_{ij} x_{ij} \rightarrow \max_{x_{ij}}; \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_{ij} \in \{0; 1\}; \\ \sum_{j=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, \dots, n; \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, m. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $x_{ij}$  – решение задачи целераспределения, которое можно записать как

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если точка встречи с } i\text{-й целью} \\ & \text{назначена на время } t_j; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Ввиду ограничений (3) каждая из рассматриваемых целей может быть назначена только на одно время встречи, только одна из целей может быть назначена на каждое из возможных времен встречи. Задачу (2) при условиях (3) предлагается решать с помощью венгерского алгоритма [7], позволяющего найти решение за полиномиальное время.

Преимущество алгоритма на основе формирования матрицы назначения заключается в возможности выбирать точки встречи для наиболее опасных целей в областях зоны поражения с наиболее высокой априорной вероят-

ностью поражения. Недостатком алгоритма является необходимость использования данных по вероятностям поражения целей, увеличение времени работы алгоритма пропорционально размеру матрицы назначения.

Ограничения на ресурсы РЛС в двух описанных выше методах решения задачи целераспределения были учтены за счет разнесения точек встречи на время этапа самонаведения. Однако когда количество целей превышает число возможных времен встречи  $n > m$ , такой подход приводит к пропуску целей.

Третьим методом решения задачи целераспределения является модифицированный метод на основе формирования матрицы назначения. Суть его заключается в оценке загрузки РЛС для всех моментов времени  $t_j$  и поиска возможности назначения нескольких целей на одно время встречи. Для этого последнее ограничение в системе (3) заменяется ограничениями на ресурсы РЛС, а остальные остаются без изменений:

$$\begin{cases} x_{ij} \in \{0; 1\}; \\ \sum_{j=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, \dots, n; \\ \sum_{i=1}^n \varphi_{ij}(X, R_{ij}^n, R_{ij}^{3YP}) \leq C, \quad j = 1, \dots, m, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\varphi_{ij}(X, R_{ij}^n, R_{ij}^{3YP})$  – линейная функция, определяющая загрузку РЛС при выполнении работы по  $i$ -й цели в момент времени  $t_j$ ;

$X = (x_{ij})$  – решение задачи целераспределения;

$R_{ij}^n, R_{ij}^{3YP}$  – векторы положения  $i$ -й цели и ракеты, назначенной на  $i$ -ю цель, в момент времени  $t_j$  соответственно;

$C$  – предельно допустимая загрузка РЛС.

Задача (2) при условиях (4) не может быть решена с помощью венгерского алгоритма, поэтому для ее решения был использован метод ветвей и границ [8] и симплекс-метод. Преимущество модифицированного метода на основе матрицы назначения – возможность назначить несколько целей на одно время встречи и, как следствие, увеличить число обстреливаемых целей. Недостатком является еще большее увеличение времени работы алгоритма.

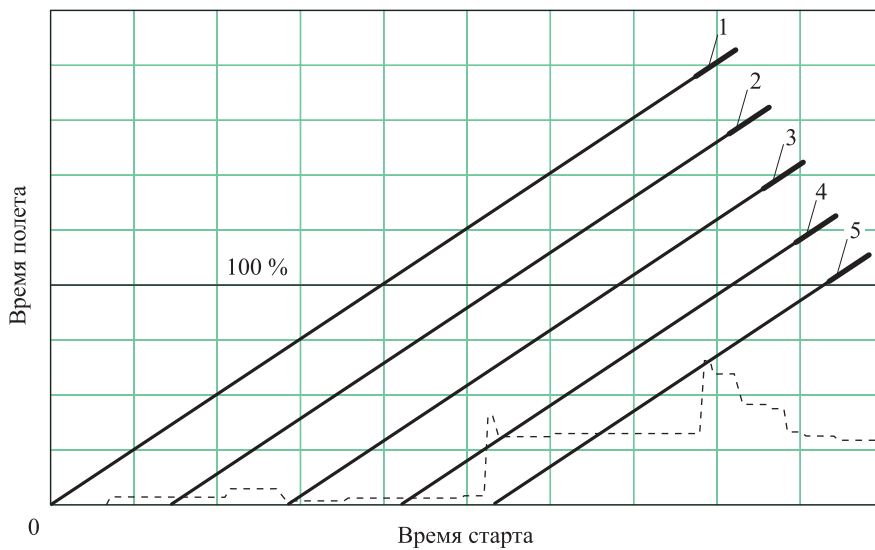


**Полученные результаты**

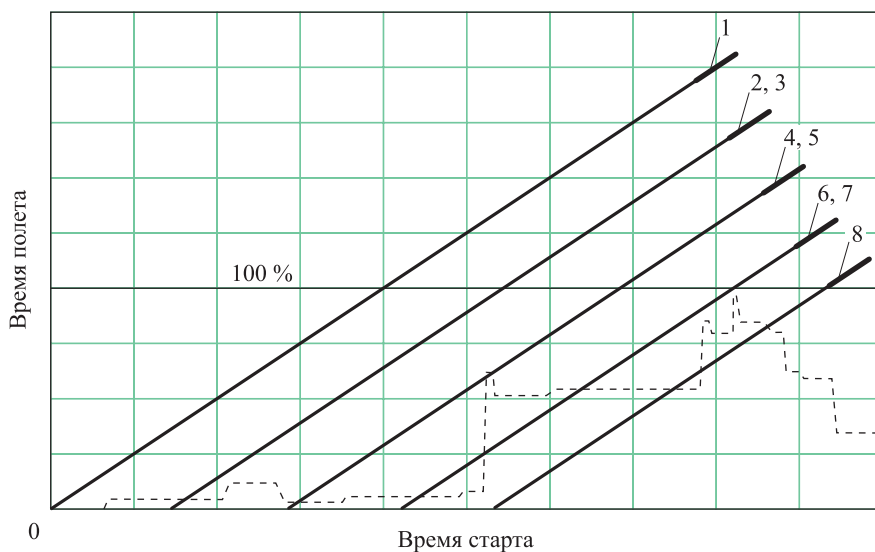
Для оценки эффективности представленных методов решения задачи целераспределения было проведено моделирование их работы в случае налета из восьми однотипных баллистических целей. Коэффициент опасности  $k_i$  для всех целей принимался равным единице. Результаты моделирования при решении задачи целераспределения методом на основе ранжирования целей приведены на рис. 1.

На рис. 1 по оси абсцисс отложено время с момента старта первой ракеты, по оси орди-

нат – время, которое ракеты находятся в полете. С помощью наклонных линий отображены этапы полета ракеты. Пунктирной линией показан уровень загрузки РЛС. Здесь можно видеть скачок уровня загрузки РЛС в момент начала подсвета первой цели, после чего происходит снижение загрузки по мере того, как ракеты достигают точек встречи (см. рис. 1). Результаты моделирования при решении задачи целераспределения методом, основанным на формировании матрицы назначения, качественно повторяют данные рис. 1. Среднее



**Рис. 1.** Результаты решения задачи целераспределения на основе ранжирования целей (1–5) по обобщенному показателю опасности:  
 — — командно-инерциальный этап; — — этап самонаведения;  
 - - - - - уровень загрузки РЛС



**Рис. 2.** Результаты решения задачи целераспределения методом на основе учета ограничений на ресурсы локатора:  
 — — командно-инерциальный этап; — — этап самонаведения;  
 - - - - - уровень загрузки РЛС



количество пораженных целей составило 3,05 и 3,31 для первого и второго методов соответственно. Из восьми целей точки встречи были назначены на пять, в результате три цели не были обстреляны.

Результаты моделирования при решении задачи целераспределения модифицированным методом на основе формирования матрицы назначения показаны на рис. 2.

Видно, что на три момента времени встречи назначены по две цели (см. рис. 2). Среднее количество пораженных целей составило 5,42. Уровень загрузки РЛС на рис. 2 существенно больше загрузки локатора на рис. 1, но не превышает предельно допустимого значения.

### **Заключение**

Рассмотрены принципиальные особенности задачи целераспределения для ЗРК и приведены три метода для ее решения. При рассмотрении методов большое внимание было уделено повышению эффективности полученных решений.

Предложены два «инструмента», позволяющие увеличить эффективность решения задачи целераспределения: учет априорных значений вероятности поражения целей и оценка загрузки РЛС в окрестности времени встречи на этапе планирования обстрела. Учет априорных вероятностей позволяет назначать для целей точки встречи, где обеспечивается более высокая вероятность поражения. Учет загрузки РЛС обеспечивает возможность назначения нескольких целей на одно время встречи.

Приведены результаты работы алгоритмов при отражении налета однотипных баллистических целей, которые показали эффективность предложенных методов решения задачи целераспределения.

### **Список литературы**

1. Балаганский И. А., Мерзиевский Л. А. Действие средств поражения и боеприпасов. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. 408 с.
2. Якутин А. В. Модель оценки эффективности зенитной управляемой ракеты // Антенны. М.: Радиотехника. 2013. № 1 (188). С. 30–32.
3. Соболев И. М., Статников Р. Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Дрофа, 2006. 175 с.
4. Письменная В. А., Якутин А. В. Решение задачи целераспределения с использованием венгерского алгоритма // Успехи современной радиоэлектроники. 2016. № 2. С. 32–36.
5. Воронин В. В., Соловей Р. В., Грицына Н. Т. Решение задачи целераспределения при управлении огнем в многоканальном зенитном ракетном комплексе // Системи озброєння і військова техніка. 2014. № 1 (37). С. 16–19.
6. Никитина А. А., Грицык П. А. Сопровождение маневрирующей цели // Антенны. М.: Радиотехника. 2013. № 1 (188). С. 24–29.
7. Kuhn H. The Hungarian method for the assignment problem. Naval Research Logistics, Quarterly. 1955. Vol. 2. Pp. 83–97.
8. Пантелеев А. В., Летова Т. А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2008. 544 с.

**Поступила 23.01.17**

---

**Письменная Виктория Александровна** – инженер первой категории публичного акционерного общества «Научно-производственное объединение «Алмаз» имени академика А. А. Расплетина, г. Москва.  
Область научных интересов: автоматизированные системы управления.

**Якутин Александр Владимирович** – кандидат технических наук, начальник сектора публичного акционерного общества «Научно-производственное объединение «Алмаз» имени академика А. А. Расплетина, г. Москва.  
Область научных интересов: задача целераспределения, алгоритмы третичной обработки.



## **Increasing the efficiency of solving the target allocation problem in aerospace defence systems**

The article considers methods of solving the target allocation problem in surface-to-air missile systems for missile defence. Important specifics of the problem in question are rapid nature of anti-missile combat and the requirement for target illumination during homing. The control methods suggested make it possible to increase the efficiency of solving the target allocation problem by means of using prior data on target engagement probability and radar load estimation in the neighbourhood of future position points at the fire planning stage.

*Keywords:* target allocation, fire control, automated control system, linear programming, surface-to-air missile system.

**Pismennaya Viktoriya Aleksandrovna** – Engineer of the first rank, Public Joint-Stock Company Scientific and Production Association “ALMAZ R&P Corp.”, Moscow.

Science research interests: automated control systems.

**Yakutin Aleksandr Vladimirovich** – Candidate of Engineering Sciences, Head of Sector, Public Joint-Stock Company Scientific and Production Association “ALMAZ R&P Corp.”, Moscow.

Science research interests: target allocation problem, tertiary radar data processing algorithms.